

第 12 章	数学(1 年)	名前:	日 付	No.01
	反比例			

[問題 1]

次の各場合、 y を x の式で表せ。また、 x と y の関係が比例なら○を、反比例なら△を、どちらでもないなら×をつけよ。

- (1) 底辺が x cm, 高さが y cm, 面積が 12cm^2 の三角形。
- (2) 縦の長さが x cm, 横の長さが y cm, 周囲の長さが 30cm の長方形。
- (3) 時速 x km で 5 時間進んだときの距離が y km である。

[解答欄]

(1) $y = \frac{24}{x}$, △	(2) $y = 15 - x$, ×	(3) $y = 5x$, ○
----------------------------	----------------------	------------------

[解説]

(1) (三角形の面積) = $\frac{1}{2} \times (\text{底辺}) \times (\text{高さ})$ なので, $12 = \frac{1}{2} \times x \times y$ 両辺に 2 をかけると,

$$xy = 24 \quad \text{両辺を } x \text{ で割ると, } y = 24 \div x \quad \text{よって } y = \frac{24}{x}$$

$y = \frac{a}{x}$ という関係式で表される場合、 y は x に反比例する。

(2) (長方形の周囲の長さ) = {(たての長さ) + (横の長さ)} $\times 2$ なので,

$$30 = 2(x + y) \quad \text{両辺を 2 で割ると, } x + y = 15 \quad x \text{ を右辺に移項すると } y = 15 - x$$

比例の場合は $y = ax$, 反比例の場合は $y = \frac{a}{x}$ という関係式で表されるので,

$y = 15 - x$ は比例でも反比例でもない。

(3) (進んだ距離) = (速さ) $\times$ (時間) なので, $y = x \times 5 \quad y = 5x$ で比例の関係式になる。

[問題 2]

次の x , y の関係について、 y を x の式で表しなさい。また、式の後ろに、 y が x に比例するものには(比), 反比例するものには(反), 比例でも反比例でもないものには(×)を書きなさい。

- (1) 毎時 x km の速さで 4 時間歩いたときに進んだ道のりを y km とする。
- (2) 1 個 x 円の菓子 4 個を買って、1000 円出したときのおつりを y 円とする。
- (3) 体積が 100cm^3 の直方体の縦が 5cm , 横が x cm のときの高さを y cm とする。
- (4) 40 人のクラスで、男子の人数が x 人のときの女子の人数を y 人とする。
- (5) 18km の道のりを毎時 x km の速さで行くときにかかる時間を y 時間とする。
- (6) 100g あたり 300 円の牛肉を x g 買ったときの代金を y 円とする。

[解答欄]

(1) $y = 4x$ (比)	(2) $y = 1000 - 4x$ (×)	(3) $y = \frac{20}{x}$ (反)
(4) $y = 40 - x$ (×)	(5) $y = \frac{18}{x}$ (反)	(6) $y = 3x$ (比)

[解説]

$y = ax$ は比例, $y = \frac{a}{x}$ は反比例

(1) (距離)=(速さ)×(時間)なので, $y = x \times 4$, $y = 4x$ $y = ax$ の形なので比例。

(2) (代金)=(1 個の値段)×(個数) $= x \times 4 = 4x$

(おつり) $= 1000 - (\text{代金})$ なので, $y = 1000 - 4x$ $y = ax$ でも $y = \frac{a}{x}$ の形でもない。

(3) (縦)×(横)×(高さ)=(体積)なので, $5 \times x \times y = 100$, $5xy = 100$ $xy = 20$

両辺を x で割ると, $xy \div x = 20 \div x$, $y = \frac{20}{x}$ $y = \frac{a}{x}$ の形なので反比例。

(4) (女子の人数) $= 40 - (\text{男子の人数})$ なので, $y = 40 - x$ $y = ax$ でも $y = \frac{a}{x}$ の形でもない。

(5) (時間)=(距離)÷(速さ)なので,

$y = 18 \div x$, $y = \frac{18}{x}$ $y = \frac{a}{x}$ の形なので反比例。

(6) 100g あたり 300 円なので, 1g あたりは, $300 \div 100 = 3$ 円

よって, x g の代金は, $3 \times x = 3x$ 円

ゆえに, $y = 3x$ $y = ax$ の形なので比例。

[問題 3]

次の(1)～(3)について y を x の式で表しなさい。また, 比例するものをすべて書きなさい。

(1) 16km の道のりを毎時 x km の速さで進むと, y 時間かかる。

(2) 32 人のクラスで, x 人が欠席したとき, 出席したのは y 人である。

(3) 縦が 7cm, 横が x cm の長方形の面積は y cm² である。

[解答欄]

(1) $y = \frac{16}{x}$	(2) $y = 32 - x$	(3) $y = 7x$
比例するもの(3)		

[解説]

$y = ax$ の形で表されるものは比例, $y = \frac{a}{x}$ の形で表されるものは反比例である。

(1) (時間)=(距離)÷(速さ)なので, $y = 16 \div x$ よって $y = \frac{16}{x}$ これは反比例

(2) (出席した人数)=(全体の人数)−(欠席した人数) なので, $y = 32 - x$ これは, 比例でも反比例でもない。

(3) (長方形の面積)=(たての長さ)×(横の長さ) なので,

$y = 7 \times x$ よって $y = 7x$ これは比例

[問題 4]

次のそれぞれについて、 y が x に比例するものには○、 y が x に反比例するものには×を書きなさい。

(1)

x	1	2	3
y	5	10	15

(2)

x	1	2	3
y	12	6	4

(3)

x	1	2	3
y	-9	-18	-27

(4) 縦が 4cm, 横が x cm の長方形の面積 y cm²

(5) 面積が 16cm² の長方形の縦が x cm, 横が y cm

[解答欄]

(1) ○	(2) ×	(3) ○	(4) ○	(5) ×
-------	-------	-------	-------	-------

[解説]

(1) $x=1$, $y=5$ を基準にする。

$x=2$ と x が 2 倍になると, y は $10 \div 5 = 2$ 倍になり,

$x=3$ と x が 3 倍になると, y は $15 \div 5 = 3$ 倍になっているので, y は x に比例している。

(2) $x=1$, $y=12$ を基準にする。

$x=2$ と x が 2 倍になると, y は $6 \div 12 = \frac{6}{12} = \frac{1}{2}$ 倍になり,

$x=3$ と x が 3 倍になると, y は $4 \div 12 = \frac{4}{12} = \frac{1}{3}$ 倍になっているので, y は x に反比例している。

(3) $x=1$, $y=-9$ を基準にする。 $x=2$ と x が 2 倍になると, y は $-18 \div (-9) = 2$ 倍になり, $x=3$ と x が 3 倍になると, y は $-27 \div (-9) = 3$ 倍になっているので, y は x に比例している。

(4) (長方形の面積)=(縦)×(横)なので, $y=4 \times x$, $y=4x$ $y=ax$ (a は比例定数)の形になっているので比例。

(5) (長方形の面積)=(縦)×(横)なので, $x \times y = 16$, $xy = 16$

両辺を x で割ると, $xy \div x = 16 \div x$, $\frac{xy}{x} = \frac{16}{x}$, $y = \frac{16}{x}$

$y = \frac{a}{x}$ の形になっているので反比例。

[問題 5]

24 l 入るからの水そうを満水にするのに 1 分間に x l ずつ水を入れるとき、 y 分かかるとする。

次の問いに答えなさい。

- (1) $x=8$ のときの y の値を求めなさい。
- (2) y を x の式で表しなさい。
- (3) x の変域を $4 \leq x \leq 12$ とするとき、 y の変域を求めなさい。

[解答欄]

(1) $y = 3$	(2) $y = \frac{24}{x}$	(3) $2 \leq y \leq 6$
-------------	------------------------	-----------------------

[解説]

(1) 1 分間に $x=8$ l ずつ水を入れると、 $24 \div 8 = 3$ 分かかる。ゆえに、 $y = 3$

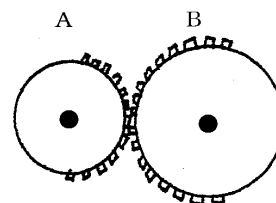
(2) (1 分間にいれる水の量) $\times$ (満水にするのにかかる時間) $= 24$ なので、

(満水にするのにかかる時間) $= 24 \div$ (1 分間にいれる水の量) ゆえに、 $y = 24 \div x$, $y = \frac{24}{x}$

(3) $x=4$ を $y = \frac{24}{x}$ に代入すると、 $y = \frac{24}{4} = 6$, $x=12$ を $y = \frac{24}{x}$ に代入すると、 $y = \frac{24}{12} = 2$ よって、 y の変域は、 $2 \leq y \leq 6$

[問題 6]

A, B 2 つの歯車がかみ合っています。A の歯車の歯数は 18 で毎分 50 回転しています。B の歯車の歯数を x , 1 分間の回転数を y として、次の問いに答えなさい。



歯数 x	10	20	30	40	50
1 分間の回転数 y	90	(ア)	(イ)	22.5	18

- (1) x と y の間の関係を表す次の表について、(ア), (イ)にあてはまる数を答えなさい。
- (2) 上の表から x と y の関係は、比例ですか、反比例ですか。言葉で答えなさい。
- (3) y を x の式で表しなさい。
- (4) B の歯数が 60 のとき、B の歯車の 1 分間の回転数を求めなさい。

[解答欄]

(1) (ア) 45 (イ) 30	(2) 反比例	(3) $y = \frac{900}{x}$
(4) 15		

[解説]

歯車 B の歯が 1 つ進むと、歯車 A の歯も 1 つ進む。また、(進んだ歯数) $=$ (歯の数) $\times$ (回転数)

(歯車 A の進んだ歯数) $= 18 \times 50$, (歯車 B の進んだ歯数) $= x \times y$

(歯車 B の進んだ歯数) $=$ (歯車 A の進んだ歯数) なので、

$x \times y = 18 \times 50$, $xy = 900$ 両辺を x で割ると、

$$xy \div x = 900 \div x, \frac{xy}{x} = \frac{900}{x}, y = \frac{900}{x}$$

x, y の間に $y = \frac{a}{x}$ (a は比例定数) という関係が成り立つとき, y は x に反比例する。

$$(ア) \ x = 20 \text{ のとき, } y = \frac{900}{x} = \frac{900}{20} = 45 \quad (イ) \ x = 30 \text{ のとき, } y = \frac{900}{x} = \frac{900}{30} = 30$$

$$(4) \ x = 60 \text{ のとき, } y = \frac{900}{x} = \frac{900}{60} = 15$$