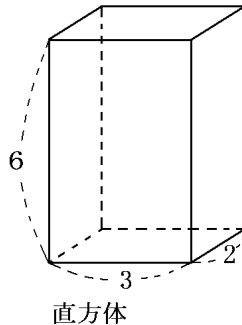


第 14 章	数学(1 年)	名前:	日 付	No.03
	立体図形			

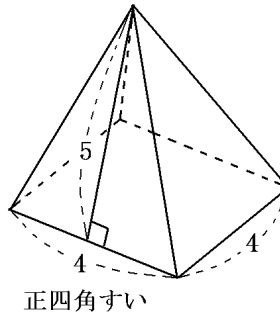
[問題 1]

次の立体の表面積をそれぞれ求めよ。ただし、単位は cm とする。

(1)



(2)



[解答欄]

(1) 72cm^2 (2) 56cm^2

[解説]

(1) (底面積) $= 3 \times 2 = 6(\text{cm}^2)$, (側面積) $= 6 \times 3 + 6 \times 2 + 6 \times 3 + 6 \times 2 = 60(\text{cm}^2)$

よって, (表面積) $= (\text{底面積}) \times 2 + (\text{側面積}) = 6 \times 2 + 60 = 72(\text{cm}^2)$

(2) (底面積) $= 4 \times 4 = 16(\text{cm}^2)$, (側面積) $= \frac{1}{2} \times 4 \times 5 \times 4 = 40(\text{cm}^2)$

よって, (表面積) $= 16 + 40 = 56(\text{cm}^2)$

[問題 2]

右の投影図で表わされる立体の表面積を求めよ。

[解答欄]

 144cm^2

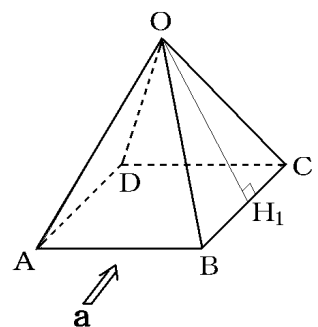
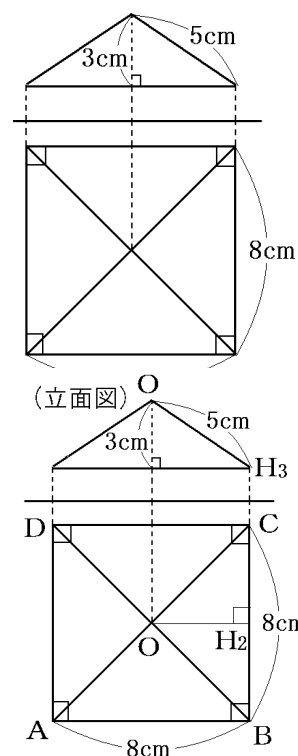
[解説]

この立体は正四角錐である。

(底面積) $= 8 \times 8 = 64(\text{cm}^2)$ である。

側面積について、右図の $\triangle OBC$ に注目する。底辺の長さは $BC = 8\text{cm}$ である。右の見取図の OH_1 が $\triangle OBC$ の高さであるが、 OH_1 は立面図の OH_3 と等しい。したがって、 OH_1 の長さは 5cm である。

このことから、側面の三角形の底辺は 8cm で、高さは 5cm であることがわかる。

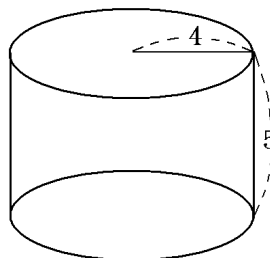


したがって、(側面積) $= \frac{1}{2} \times 8 \times 5 \times 4 = 80(\text{cm}^2)$

よって、(表面積) $= (\text{底面積}) + (\text{側面積}) = 64 + 80 = 144(\text{cm}^2)$ となる。

[問題 3]

右の円柱の表面積を求めよ。ただし、単位は cm とする。



[解答欄]

$72\pi \text{ cm}^2$

[解説]

右図のような展開図をかくとわかりやすい。

右図において、CD の長さとは底面の円の円周の長さは等しい。

(円周の長さ) $= 2\pi \times 4 = 8\pi(\text{cm})$ なので、

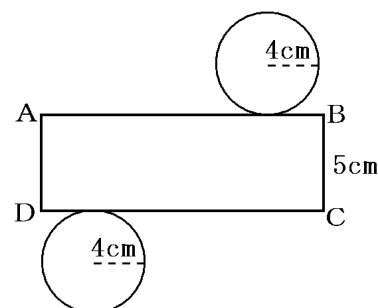
CD $= 8\pi(\text{cm})$

よって、(側面積) $= 5 \times 8\pi = 40\pi(\text{cm}^2)$

(底面積) $= \pi \times 4^2 = 16\pi(\text{cm}^2)$

よって、(表面積) $= (\text{底面積}) \times 2 + (\text{側面積})$

$= 16\pi \times 2 + 40\pi = 72\pi(\text{cm}^2)$



[問題 4]

右の長方形を、直線 l を軸として 1 回転させてできる立体の表面積が $48\pi \text{ cm}^2$ であるとき、長方形のたての長さを求めよ。

[解答欄]

5cm

[解説]

この立体のたての長さを $x \text{ cm}$ とする。

底面の半径が 3cm なので、

円周の長さは、 $2\pi \times 3 = 6\pi(\text{cm})$ である。

よって、(側面積) $= x \times 6\pi = 6\pi x(\text{cm}^2)$ である。

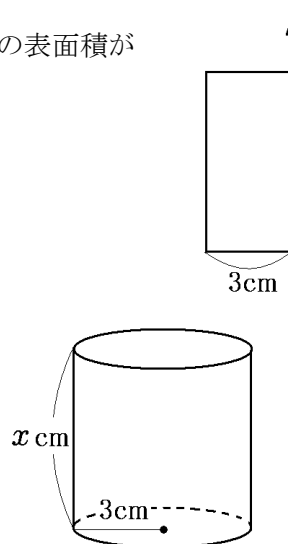
また、(底面積) $= \pi \times 3^2 = 9\pi(\text{cm}^2)$

(表面積) $= (\text{底面積}) \times 2 + (\text{側面積}) = 48\pi(\text{cm}^2)$ なので、

$9\pi \times 2 + 6\pi x = 48\pi$, $18\pi + 6\pi x = 48\pi$

両辺を π で割ると、 $18 + 6x = 48$, $6x = 48 - 18$, $6x = 30$

よって、 $x = 30 \div 6$, $x = 5$ となる。



[問題 5]

右の図の立体の表面積を求めよ。

[解答欄]

$$115\pi + 180(\text{cm}^2)$$

[解説]

右図のような展開図をかくとわかりやすい。

2つの底面の半円を合わせると、直径が10cmの円になるので、

(底面積の合計) $= \pi \times 5^2 = 25\pi (\text{cm}^2)$ となる。

(BCDEの面積) $= 10 \times 18 = 180(\text{cm}^2)$

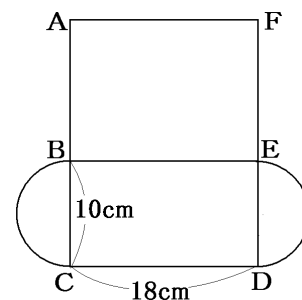
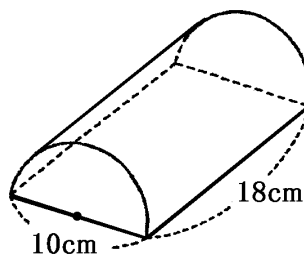
ABの長さは弧BCの長さと等しいので、

(ABの長さ) $= 10 \times \pi \div 2 = 5\pi (\text{cm})$

よって、(ABEFの面積) $= AB \times BE = 5\pi \times 18 = 90\pi (\text{cm}^2)$

以上より、(表面積) $= (\text{底面積の合計}) + (\text{BCDEの面積}) + (\text{ABEFの面積})$

$= 25\pi + 180 + 90\pi = 115\pi + 180(\text{cm}^2)$



[問題 6]

右図のような長方形を、直線 l を軸として1回転させてできる立体の表面積を求めよ。

[解答欄]

$$48\pi \text{ cm}^2$$

[解説]

直線 l を軸として1回転させてできる立体は、右図のように、外側の円柱Aから内側の円柱Bをくりぬいた形になる。

(Aの底面積) $= \pi \times 3^2 = 9\pi (\text{cm}^2)$

(Bの底面積) $= \pi \times 1^2 = \pi (\text{cm}^2)$

なので、底面の面積は、 $9\pi - \pi = 8\pi (\text{cm}^2)$ となる。

Aの円周の長さは、 $2\pi \times 3 = 6\pi (\text{cm})$ なので、

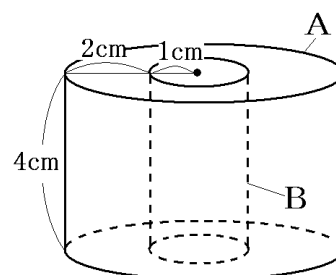
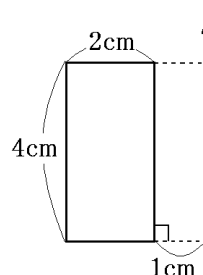
(Aの側面積) $= 4 \times 6\pi = 24\pi (\text{cm}^2)$

Bの円周の長さは、 $2\pi \times 1 = 2\pi (\text{cm})$ なので、

(Bの側面積) $= 4 \times 2\pi = 8\pi (\text{cm}^2)$

よって、(側面積) $= (\text{Aの側面積}) + (\text{Bの側面積}) = 24\pi + 8\pi = 32\pi (\text{cm}^2)$

したがって、(表面積) $= (\text{底面積}) \times 2 + (\text{側面積}) = 8\pi \times 2 + 32\pi = 48\pi (\text{cm}^2)$

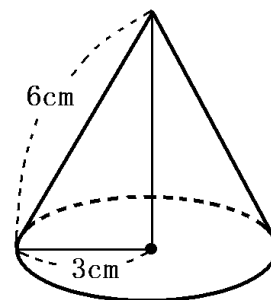


[問題 7]

右図は底面の円の半径が 3cm、母線の長さが 6cm の円錐である。

次の各問いに答えよ。

- (1) 側面を展開したおうぎ形の弧の長さを求めよ。
- (2) 側面を展開したおうぎ形の中心角の大きさを求めよ。
- (3) この円錐の表面積を求めよ。



[解答欄]

(1) 6π cm	(2) 180°	(3) 7π cm ²
---------------	-----------------	----------------------------

[解説]

問題の立体の展開図は右のようになる。

- (1) おうぎ形の弧 AB の長さと底面の円周の長さは等しくなるので、

$$(\text{弧 AB の長さ}) = (\text{底面の円周の長さ})$$

$$= 2\pi \times 3 = 6\pi \text{ (cm)}$$

- (2) 中心角の大きさを x° とすると、

$$(\text{弧 AB の長さ}) = (\text{円周}) \times \frac{(\text{中心角})}{360} = 2\pi \times (\text{半径}) \times \frac{(\text{中心角})}{360}$$

$$= 2\pi \times 6 \times \frac{x}{360} = \frac{\pi}{30} x \text{ (cm)} \quad (1) \text{より (弧 AB の長さ)} = 6\pi \text{ cm なので,}$$

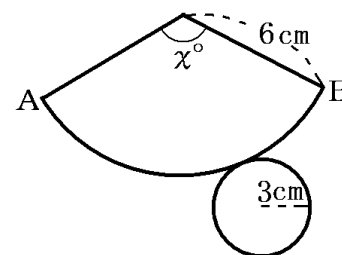
$$\frac{\pi}{30} x = 6\pi, \quad x = 6\pi \div \frac{\pi}{30} = 6\pi \times \frac{30}{\pi} = 180$$

- (3) (底面の円の面積) $= \pi \times 3^2 = 9\pi \text{ (cm}^2\text{)}$

$$(\text{側面のおうぎ形の面積}) = (\text{円の面積}) \times \frac{(\text{中心角})}{360} = \pi \times (\text{半径})^2 \times \frac{(\text{中心角})}{360}$$

$$= \pi \times 6^2 \times \frac{180}{360} = 18\pi \text{ (cm}^2\text{)}$$

$$\text{よって, (表面積)} = 9\pi + 18\pi = 27\pi \text{ (cm}^2\text{)}$$



[問題 8]

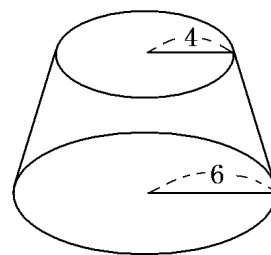
右図は、底面が半径 6cm、母線が 9cm の円錐の頂点から母線にそって 6cm のところで底面に平行に上の円錐の部分を切り取った立体である。

次の各問いに答えよ。

- (1) 切り取った円錐の側面を展開したとき、その形はおうぎ形の一部になる。

そのおうぎ形の中心角を求めよ。

- (2) この立体の表面積を求めよ。



[解答欄]

(1) 240°	(2) $82\pi\text{ cm}^2$
-----------------	-------------------------

[解説]

- (1) 求める中心角の大きさを x° とする。

右図において、おうぎ形 OAB の弧 AB の長さと、円 Q の円周の長さは等しい。

$$(\text{弧 AB の長さ}) = (\text{円周}) \times \frac{(\text{中心角})}{360}$$

$$= 2\pi \times (\text{半径}) \times \frac{(\text{中心角})}{360} = 2\pi \times 9 \times \frac{x}{360}$$

$$= \frac{\pi}{20} x \text{ (cm)}$$

$$(\text{円 Q の円周の長さ}) = 2\pi \times 6 = 12\pi \text{ (cm)}$$

$$\text{よって, } \frac{\pi}{20} x = 12\pi$$

$$x = 12\pi \div \frac{\pi}{20} = 12\pi \times \frac{20}{\pi} = 240^\circ$$

$$(2) (\text{おうぎ形 OAB の面積}) = \pi \times 9^2 \times \frac{240}{360} = 54\pi \text{ (cm}^2\text{)}$$

$$(\text{おうぎ形 OCD の面積}) = \pi \times 6^2 \times \frac{240}{360} = 24\pi \text{ (cm}^2\text{)}$$

$$\text{よって, } (\text{側面積}) = 54\pi - 24\pi = 30\pi \text{ (cm}^2\text{)}$$

$$(\text{円 P の面積}) = \pi \times 4^2 = 16\pi \text{ (cm}^2\text{)}, (\text{円 Q の面積}) = \pi \times 6^2 = 36\pi \text{ (cm}^2\text{)}$$

$$\text{よって, } (\text{表面積}) = 30\pi + 16\pi + 36\pi = 82\pi \text{ (cm}^2\text{)}$$

