

第 12 章	数学(2 年)	名前:	日 付	No.01
	角 2			

[問題 1]

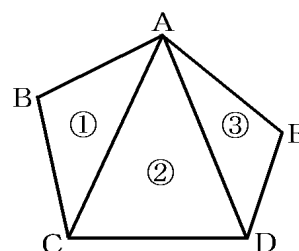
- (1) 多角形の外角の和は何度か。
 (2) 正十角形の 1 つの外角の大きさを求めなさい。

[解答欄]

(1) 360°	(2) 36°
-----------------	----------------

[解説]

- (1) 多角形の外角の和は 360° であるが、これは次のようにして説明できる。
 右図のように、1 つの頂点から対角線を引いて三角形に分割すると、 n 角形の場合は $n-2$ 個の三角形ができるので、
 (内角の和) $= 180^\circ \times (n-2)$ となる。
 1 つの頂点について、(内角) $+$ (外角) $= 180^\circ$ になるので、
 (n 角形の内角の和) $+$ (n 角形の外角の和) $= 180^\circ \times n$ となる。
 よって、(n 角形の外角の和) $= 180^\circ \times n -$ (n 角形の内角の和)
 $= 180^\circ \times n - 180^\circ \times (n-2) = 180^\circ \times n - 180^\circ \times n + 360^\circ = 360^\circ$
 (2) $360^\circ \div 10 = 36^\circ$



[問題 2]

次の問いに答えなさい。

- (1) 七角形の内角の和を求めなさい。
 (2) 正五角形の 1 つの外角の大きさを求めなさい。

[解答欄]

(1) 900°	(2) 72°
-----------------	----------------

[解説]

- (1) 「(n 角形内角の和) $= 180^\circ \times (n-2)$ 」なので、
 (七角形の内角の和) $= 180^\circ \times (7-2) = 900^\circ$
 (2) 「多角形の外角の和は 360° 」なので、(正五角形の 1 つの外角) $= 360^\circ \div 5 = 72^\circ$

[問題 3]

次の問いに答えなさい。

- (1) 正十角形の 1 つの内角の大きさを求めなさい。
 (2) 1 つの外角の大きさが 60° である正多角形は正何角形か。

[解答欄]

(1) 144°	(2) 正六角形
-----------------	----------

[解説]

(1) 「 $(n \text{ 角形の内角の和}) = 180^\circ \times (n-2)$ 」なので、

$(\text{正十角形の内角の和}) = 180^\circ \times (10-2) = 1440^\circ$

$(1 \text{ つの内角}) = 1440^\circ \div 10 = 144^\circ$

(別解)

「多角形の外角の和は 360° 」なので、正十角形の 1 つの外角は、 $360^\circ \div 10 = 36^\circ$

$(\text{内角}) + (\text{外角}) = 180^\circ$ なので、 $(\text{内角}) = 180^\circ - (\text{外角}) = 180^\circ - 36^\circ = 144^\circ$

(2) 正 n 角形とする。1 つの外角の大きさが 60° なので外角の和は $60^\circ \times n$

「多角形の外角の和は 360° 」なので、

$60^\circ \times n = 360^\circ \quad n = 360^\circ \div 60^\circ = 6$ したがって正六角形

[問題 4]

次の問いに答えなさい。

(1) 10 角形の内角の和は何度ですか。

(2) 内角の和が 1800° になる多角形は、何角形ですか。

(3) 1 つの外角が 15° になる正多角形は、正何角形ですか。

[解答欄]

(1) 1440°	(2) 12 角形	(3) 正 24 角形
------------------	-----------	-------------

[解説]

(1) 「 $(n \text{ 角形内角の和}) = 180^\circ \times (n-2)$ 」なので、

$(10 \text{ 角形の内角の和}) = 180^\circ \times (10-2) = 1440^\circ$

(2) $(n \text{ 角形内角の和}) = 180^\circ \times (n-2) = 1800^\circ$ とおくと、 $n-2=10$ ゆえに $n=12$
したがって 12 角形

(3) 正 n 角形とする。1 つの外角の大きさが 15° なので外角の和は $15^\circ \times n$

「多角形の外角の和は 360° 」なので、

$15^\circ \times n = 360^\circ \quad n = 360^\circ \div 15^\circ = 24$ よって正 24 角形

[問題 5]

次の問いに答えなさい。

(1) 十角形の内角の和は何° ですか。

(2) 内角の和が 1620° である多角形は何角形ですか。

(3) 正十二角形の 1 つの外角は何度ですか。

[解答欄]

(1) 1440°	(2) 十一角形	(3) 30°
------------------	----------	----------------

[解説]

(1) 「 $(n \text{ 角形内角の和}) = 180^\circ \times (n-2)$ 」なので、

$(10 \text{ 角形の内角の和}) = 180^\circ \times (10-2) = 1440^\circ$

(2) $(n \text{ 角形内角の和}) = 180^\circ \times (n-2) = 1620^\circ$ とおくと, $n-2 = 1620^\circ \div 180^\circ$

$n-2=9$ ゆえに $n=11$ よって十一角形

(3) 「多角形の外角の和は 360° 」なので, $360^\circ \div 12 = 30^\circ$

[問題 6]

次の各問いの()にあてはまる最も簡単な数や言葉を記入しなさい。

(1) 十二角形の内角の和は() $^\circ$ である。

(2) 内角の和が 900° である多角形は()である。

(3) 1つの内角の大きさが 160° である正多角形は()である。

[解答欄]

(1) 1800°	(2) 七角形	(3) 正十八角形
------------------------------------	----------------	------------------

[解説]

(1) 「 $(n \text{ 角形の内角の和}) = 180^\circ \times (n-2)$ 」なので,

$(\text{十二角形の内角の和}) = 180^\circ \times (12-2) = 1800^\circ$

(2) $(n \text{ 角形の内角の和}) = 180^\circ \times (n-2) = 900^\circ$ とおく。 $n-2 = 900^\circ \div 180^\circ$

$n-2=5$ ゆえに $n=7$ よって七角形

(3) 正 n 角形とする。 $(n \text{ 角形の内角の和}) = 180^\circ \times (n-2)$

また, 1つの内角の大きさが 160° であるので, $(n \text{ 角形の内角の和}) = 160^\circ \times n$

ゆえに, $180^\circ \times (n-2) = 160^\circ \times n$, $9(n-2) = 8n$, $9n-18 = 8n$, $n=18$

よって正十八角形

(別解)(内角)+(外角) $= 180^\circ$ なので, 1つの外角は, $180^\circ - 160^\circ = 20^\circ$

正 n 角形とする。1つの外角の大きさが 20° なので外角の和は $20^\circ \times n$

「多角形の外角の和は 360° 」なので, $20^\circ \times n = 360^\circ$, $n=18$ よって正十八角形

[問題 7]

次の問いに答えなさい。

- (1) 三角形の内角の和と外角の和はそれぞれ何度ですか。
- (2) 正六角形の内角の和を求めなさい。
- (3) 内角の和が 1800° である多角形は何角形ですか。
- (4) 1つの外角が 18° である正多角形は正何角形ですか。

[解答欄]

(1) 内角の和 : 180° 外角の和 360°	(2) 720°
(3) 十二角形	(4) 正二十角形

[解説]

(1) 三角形の場合、頂点が3つなので、 $(\text{内角の和}) + (\text{外角の和}) = 180^\circ \times 3 = 540^\circ$

三角形の内角の和は 180° だから、 $(\text{外角の和}) = 540^\circ - 180^\circ = 360^\circ$

「多角形の外角の和は 360° 」は三角形についても成り立つ。

(2) 「 $(n \text{ 角形の内角の和}) = 180^\circ \times (n-2)$ 」なので、

$(\text{正六角形の内角の和}) = 180^\circ \times (6-2) = 720^\circ$

(3) $(n \text{ 角形の内角の和}) = 180^\circ \times (n-2) = 1800^\circ$ とおく。 $n-2=10$, $n=12$

ゆえに十二角形

(4) 正 n 角形とする。1つの外角の大きさが 18° なので外角の和は $18^\circ \times n$

「多角形の外角の和は 360° 」なので、 $18^\circ \times n = 360^\circ$, $n=20$ よって正二十角形

[問題 8]

次の問いに答えよ。

- (1) 十五角形の内角の和は何度か。
- (2) 十五角形の外角の和は何度か。
- (3) 内角の和が 2880° である多角形は何角形か。
- (4) 1つの内角が 160° である正多角形は正何角形か。
- (5) 正十二角形の1つの内角は何度か。
- (6) 1つの内角の大きさがその外角の大きさの3倍である正多角形の辺の数を求めよ。

[解答欄]

(1) 2340°	(2) 360°	(3) 十八角形
(4) 正十八角形	(5) 150°	(6) 8本

[解説]

(1) 「 $(n \text{ 角形の内角の和}) = 180^\circ \times (n-2)$ 」なので、

$(\text{十五角形の内角の和}) = 180^\circ \times (15-2) = 2340^\circ$

(2) 「多角形の外角の和は 360° 」

(3) $(n \text{ 角形の内角の和}) = 180^\circ \times (n-2) = 2880^\circ$ とおく。 $n-2 = 2880^\circ \div 180^\circ$

$n-2=16$, $n=18$ よって十八角形

(4) 正 n 角形とする。(n 角形の内角の和) $=180^\circ \times (n-2)$

また、1つの内角の大きさが 160° であるので、(n 角形の内角の和) $=160^\circ \times n$

ゆえに、 $180^\circ \times (n-2)=160^\circ \times n$, $9(n-2)=8n$, $9n-18=8n$, $n=18$

よって正十八角形

(別解)

(内角)+(外角) $=180^\circ$ なので、1つの外角は、 $180^\circ - 160^\circ = 20^\circ$

正 n 角形とする。1つの外角の大きさが 20° なので外角の和は $20^\circ \times n$

「多角形の外角の和は 360° 」なので、

$20^\circ \times n=360^\circ$, $n=18$ よって正十八角形

(5) (正十二角形の内角の和) $=180^\circ \times (12-2)=1800^\circ$

$1800^\circ \div 12=150^\circ$

(6) 外角の大きさを x とすると、内角は外角の 3 倍なので $3x$

(内角)+(外角) $=180^\circ$ なので、 $x + 3x = 180^\circ$ $4x = 180^\circ$ ゆえに $x = 45^\circ$

正 n 角形とする。1つの外角の大きさが 45° なので外角の和は $45^\circ \times n$

「多角形の外角の和は 360° 」なので、

$45^\circ \times n=360^\circ$, $n=8$ よって正八角形で、辺の数は 8 本

[問題 9]

次の各問いに答えなさい。

(1) 1つの内角の大きさが、1つの外角の大きさの 4 倍である正多角形の辺の数は何本ですか。

(2) 四角形で、4つの内角の大きさの比が $3:4:5:6$ のとき、この四角形の 4つの内角の大きさを求めなさい。

[解答欄]

(1) 10 本	(2) 60° , 80° , 100° , 120°
----------	---

[解説]

(1) 外角の大きさを x とすると、内角の大きさは $4x$

(外角)+(内角) $=180^\circ$ なので、 $x + 4x = 180^\circ$, $5x = 180^\circ$, $x = 36^\circ$

正 n 角形とする。1つの外角の大きさが 36° なので外角の和は $36^\circ \times n$

「多角形の外角の和は 360° 」なので、

$36^\circ \times n=360^\circ$, $n=10$ よって正十角形で、辺の数は 10 本

(2) 4つの内角の大きさの比が $3:4:5:6$ なので、4つの角を $3a$, $4a$, $5a$, $6a$ とおく。

「(n 角形内角の和) $=180^\circ \times (n-2)$ 」なので、

(四角形の内角の和) $=180^\circ \times (4-2)=360^\circ$

ゆえに、 $3a+4a+5a+6a=360^\circ$, $18a=360^\circ$, $a=20^\circ$

よって、4つの角は、 60° , 80° , 100° , 120°