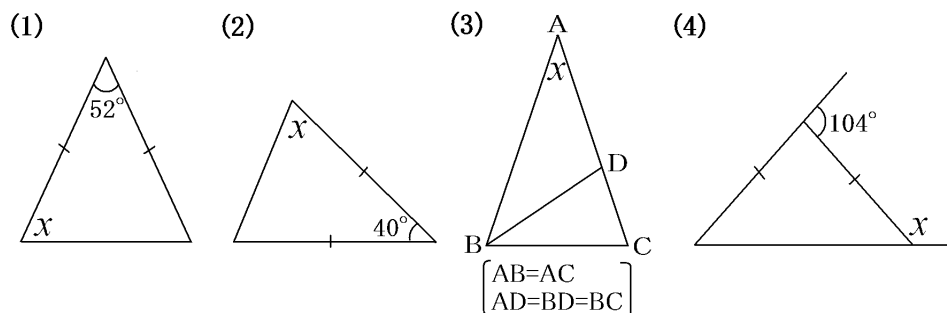


第 13 章	数学(2 年)	名前:	日 付	No.03
	三角形			

[問題 1]

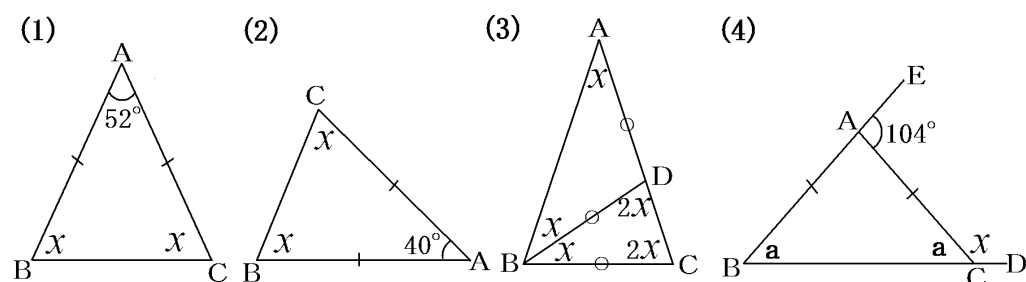
下の図の三角形は、同じ印をつけた辺の長さが等しい二等辺三角形である。この図で、 $\angle x$ の大きさを求めなさい。



[解答欄]

(1) 64°	(2) 70°	(3) 36°	(4) 128°
----------------	----------------	----------------	-----------------

[解説]



(1) 二等辺三角形の底角は等しいので、 $\angle C = \angle B = x$

三角形の内角の和は 180° なので、 $x + x + 52^\circ = 180^\circ$, $2x = 128^\circ$ よって $x = 64^\circ$

(2) (1)と同様にして、 $x + x + 40^\circ = 180^\circ$, $2x = 140^\circ$ よって $x = 70^\circ$

(3) 仮定より $DA = DB$ なので、 $\triangle DAB$ は二等辺三角形になる。二等辺三角形の底角は等しいので、 $\angle ABD = \angle BAD = x$

三角形の 2 つの内角の和は他の外角に等しいので、

$$\angle BDC = \angle DAB + \angle DBA = x + x = 2x$$

次に、仮定より $BC = BD$ なので $\triangle BCD$ は二等辺三角形で、 $\angle BCD = \angle BDC = 2x$

また、 $\triangle ABC$ も二等辺三角形なので、 $\angle ABC = \angle ACB = 2x$

$\triangle ABC$ で、三角形の内角の和は 180° なので、

$$x + 2x + 2x = 180^\circ, 5x = 180^\circ, x = 36^\circ$$

(4) $AB = AC$ なので、 $\triangle ABC$ は二等辺三角形で、底角は等しい。

そこで、図のように $\angle ABC = \angle ACB = a$ とおく。

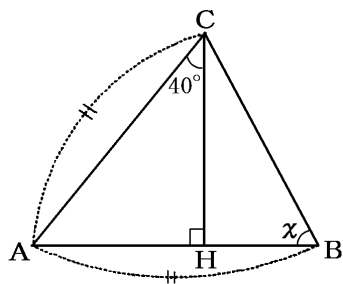
三角形の 2 つの内角の和は他の外角に等しいので、 $a + a = 104^\circ$ よって $a = 52^\circ$

$$x = 180^\circ - a = 180^\circ - 52^\circ = 128^\circ$$

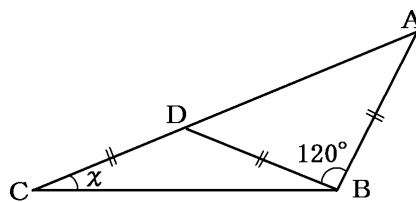
[問題 2]

次の図で、同じ印をつけた辺と角は等しいとして、 $\angle x$ の大きさを求めよ。

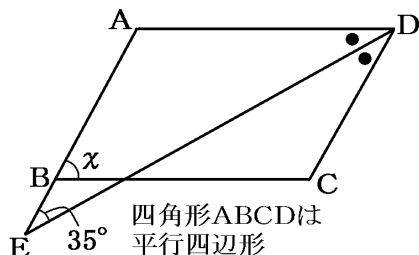
(1)



(2)



(3)



[解答欄]

(1) 65°	(2) 15°	(3) 70°
----------------	----------------	----------------

[解説]

(1) $\triangle ABH$ で、「三角形の内角の和は 180° 」なので

$$\angle A + 40^\circ + 90^\circ = 180^\circ, \angle A = 50^\circ$$

$\triangle ABC$ で「二等辺三角形の底角は等しい」ので、 $\angle C = \angle B = x$

「三角形の内角の和は 180° 」なので、 $\angle A + \angle B + \angle C = 180^\circ$,

$$50^\circ + x + x = 180^\circ, 2x = 130^\circ \quad \text{ゆえに } x = 65^\circ$$

(2) $\triangle DBC$ は二等辺三角形なので、図のように x の角を移す。

「三角形の外角は、それととなり合わない2つの内角の和に等しい」

ので、 $\angle ADB = 2x$

$\triangle BAD$ は二等辺三角形なので、図のように $2x$ を移す。

$\triangle BAD$ で「三角形の内角の和は 180° 」なので、

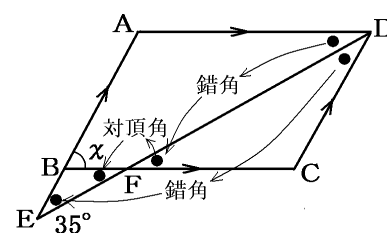
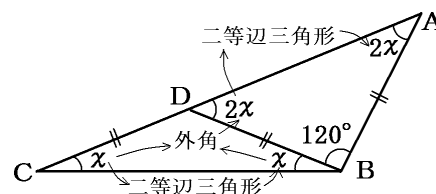
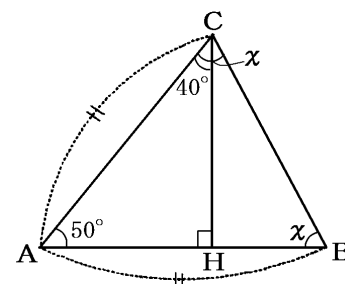
$$2x + 2x + 120^\circ = 180^\circ, 4x = 60^\circ \quad \text{ゆえに } x = 15^\circ$$

(3) 「平行線では錯角は等しい」「対頂角は等しい」の性質を使って、

図のように●の角を移す。

●は 35° で、 $\triangle BEF$ で、「三角形の外角は、それととなり合わない

2つの内角の和に等しい」ので、 $x = 35^\circ + 35^\circ = 70^\circ$



[問題 3]

下の図で、 $OA=AB=BC=CD$ のとき、 $\angle x$ の大きさを求めなさい。

[解答欄]

$$\angle x = 60^\circ$$

[解説]

$\triangle OAB$ で、 $AO=AB$ なので、

$$\angle ABO = \angle AOB = 15^\circ$$

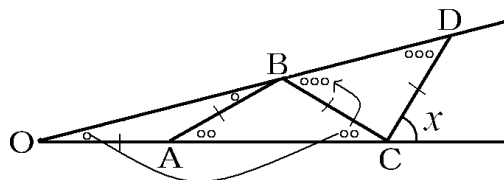
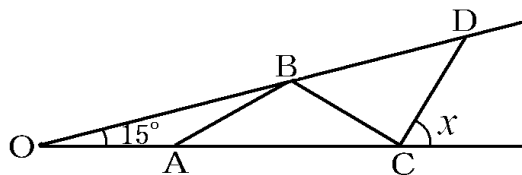
また、三角形の 1 つの外角は他の 2 つの内角の和に等しいので、 $\angle BAC = \angle ABO + \angle AOB = 15^\circ + 15^\circ = 30^\circ$

$\triangle BAC$ で、 $BA=BC$ なので、 $\angle BCA = \angle BAC = 30^\circ$

$\triangle OBC$ で、1 つの外角は他の 2 つの内角の和に等しいので、 $\angle CBD = \angle BOC + \angle BCO = 15^\circ + 30^\circ = 45^\circ$

$\triangle CBD$ で、 $CB=CD$ なので、 $\angle CDB = \angle CBD = 45^\circ$

$\triangle OCD$ で、1 つの外角は他の 2 つの内角の和に等しいので、 $\angle x = \angle COD + \angle CDO = 15^\circ + 45^\circ = 60^\circ$



[問題 4]

右の図で、 D は辺 BC 上の点で、 $\triangle ABC$ 、 $\triangle ADE$ はともに正三角形である。

このとき、 $\angle ACE$ の大きさを求めなさい。

[解答欄]

$$60^\circ$$

[解説]

$\triangle ABD$ と $\triangle ACE$ において

$\triangle ABC$ は正三角形なので、 $AB=AC \cdots \textcircled{1}$

$\triangle ADE$ は正三角形なので、 $AD=AE \cdots \textcircled{2}$

$\triangle ABC$ は正三角形なので、 $\angle BAC = 60^\circ$

ゆえに、 $\angle BAD = 60^\circ - \angle DAC \cdots \textcircled{3}$

$\triangle ADE$ は正三角形なので、 $\angle DAE = 60^\circ$

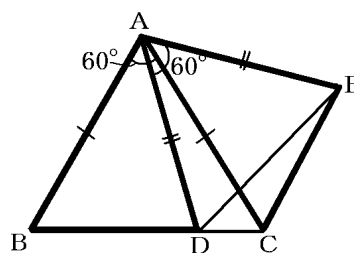
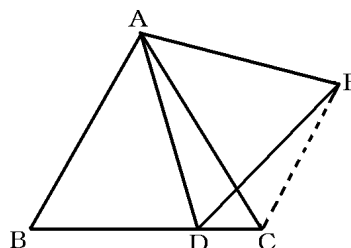
ゆえに、 $\angle CAE = 60^\circ - \angle DAC \cdots \textcircled{4}$

③、④より、 $\angle BAD = \angle CAE \cdots \textcircled{5}$

①、②、⑤より 2 辺とその間の角がそれぞれ等しいので、 $\triangle ABD \equiv \triangle ACE$

合同な図形の対応する角は等しいので、 $\angle ABD = \angle ACE$

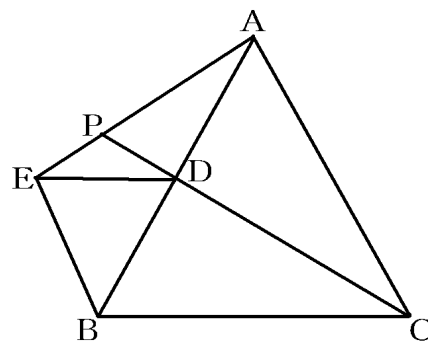
$\triangle ABC$ は正三角形なので $\angle ABD = 60^\circ$ よって $\angle ACE = 60^\circ$



[問題 5]

右の図で、 $\triangle ABC$ と $\triangle BDE$ は正三角形である。このとき、次の問いに答えなさい。

- (1) $AE=CD$ であることを証明するには、どの三角形とどの三角形の合同を示せばよいか答えなさい。
- (2) (1)を証明するには、三角形の合同条件のどれを使えばよいか答えなさい。
- (3) CD の延長線と AE との交点を P としたとき、 $\angle APC$ の大きさを求めなさい。



[解答欄]

(1) $\triangle ABE$ と $\triangle CBD$	(2) 2 辺とその間の角がそれぞれ等しい	(3) 60°
---------------------------------------	-----------------------	----------------

[解説]

(1), (2)

$\triangle ABE$ と $\triangle CBD$ において

$\triangle ABC$ は正三角形なので、 $AB=CB \cdots \textcircled{1}$

$\triangle BDE$ は正三角形なので、 $BE=BD \cdots \textcircled{2}$

$\triangle ABC$ と $\triangle BDE$ はともに正三角形なので、

$\angle ABE = \angle CBD = 60^\circ \cdots \textcircled{3}$

①, ②, ③より 2 辺とその間の角がそれぞれ等しいので、

$\triangle ABE \equiv \triangle CBD$

合同な図形の対応する辺は等しいので、 $AE=CD$

(3) $\triangle ADP$ と $\triangle CDB$ に注目する。

$\triangle ABE \equiv \triangle CBD$ で、合同な図形の対応する角は等しいので、

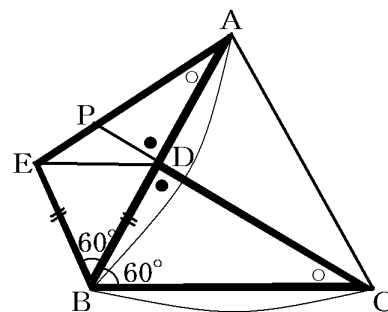
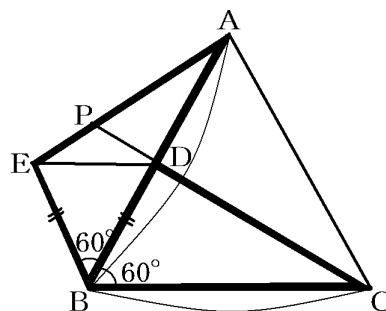
$\angle BAE = \angle BCD$

また、対頂角は等しいので、

$\angle ADP = \angle CDB$

よって、 $\angle APD = \angle CBD$

$\angle CBD = 60^\circ$ なので、 $\angle APC = \angle APD = 60^\circ$



[問題 6]

次の図の x を求めなさい。

[解答欄]

$$x = 35^\circ$$

[解説]

正三角形なので 3 つの内角はすべて 60°

$$\angle DBE = 60^\circ - 25^\circ = 35^\circ$$

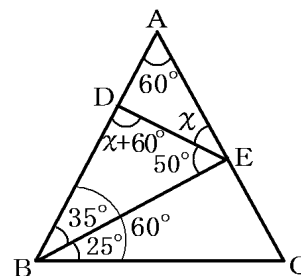
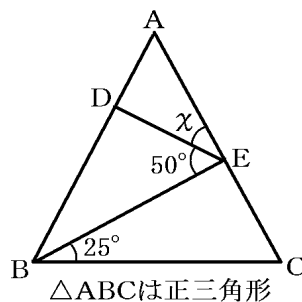
$\triangle ADE$ で「三角形の外角は、それととなり合わない 2 つの内角の和に等しい」ので、 $\angle BDE = x + 60^\circ$

$\triangle BDE$ で「三角形の内角の和は 180° 」なので、

$$35^\circ + 50^\circ + x + 60^\circ = 180^\circ$$

$$x + 145^\circ = 180^\circ$$

$$\text{ゆえに } x = 35^\circ$$



[問題 7]

右の図で、四角形 ABCD は正方形、 $\triangle PBC$ は正三角形であるとして、次の角の大きさを求めなさい。

(1) $\angle PAB$

(2) $\angle APD$

[解答欄]

$$(1) 75^\circ$$

$$(2) 150^\circ$$

[解説]

(1) $\angle PAB = x$ とおく。

四角形 ABCD は正方形、 $\triangle PBC$ は正三角形なので、
 $PB = BC = BA$ で、 $\triangle BAP$ は $BA = BP$ の二等辺三角形になる。

ゆえに $\angle APB = x$

$\triangle BAP$ で「三角形の内角の和は 180° 」なので、

$$x + x + 30^\circ = 180^\circ, \quad 2x = 150^\circ, \quad \text{ゆえに } x = 75^\circ$$

(2) $x = 75^\circ$ なので、 $\angle PAD = 90^\circ - x = 90^\circ - 75^\circ = 15^\circ$

同様にして、 $\angle PDA = 15^\circ$

$\triangle PAD$ で「三角形の内角の和は 180° 」なので、 $15^\circ + 15^\circ + \angle APD = 180^\circ$

ゆえに $\angle APD = 150^\circ$

