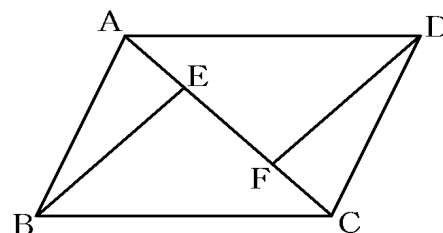


第 14 章	数学(2 年)	名前:	日 付	No.01
	四角形			

[問題 1]

右図は、平行四辺形 $ABCD$ の対角線 AC 上に $AE=CF$ となる点 E , 点 F をとり, B と E , D と F を結んだものである。このとき, $BE=DF$ であることを証明しなさい。



[解答欄]

$\triangle ABE$ と $\triangle CDF$ において,

仮定より, $AE=CF$ ・・・①

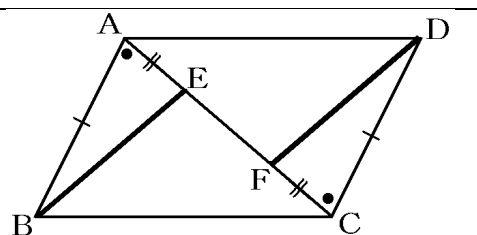
四角形 $ABCD$ は平行四辺形なので, 向かい合う辺の長さが等しい。よって, $AB=CD$ ・・・②

また, $AB \parallel CD$ で平行線の錯角は等しいので,

$\angle BAE = \angle DCF$ ・・・③

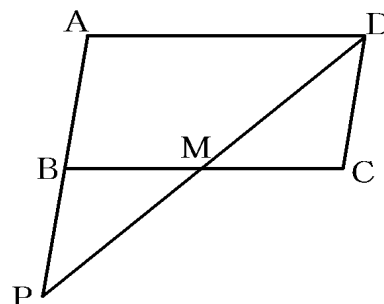
①, ②, ③より 2 辺とその間の角がそれぞれ等しいので, $\triangle ABE \equiv \triangle CDF$

よって, $BE=DF$



[問題 2]

右の図の平行四辺形 $ABCD$ で, 辺 BC の中点を M とし, DM の延長と AB の延長との交点を P とすれば, $AB=BP$ となることを証明しなさい。



[解答欄]

$\triangle BPM$ と $\triangle CDM$ において

仮定より $BM=CM$ ・・・①

仮定より $AP \parallel DC$ で錯角は等しいので,

$\angle PBM = \angle DCM$ ・・・②

対頂角は等しいので, $\angle BMP = \angle CMD$ ・・・③

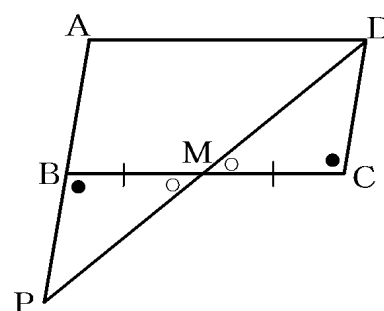
①, ②, ③より 1 辺と両端の角がそれぞれ等しいので,

$\triangle BPM \equiv \triangle CDM$

合同な図形の対応する辺は等しいので, $BP=CD$ ・・・④

四角形 $ABCD$ は平行四辺形なので, $CD=AB$ ・・・⑤

④, ⑤より, $AB=BP$

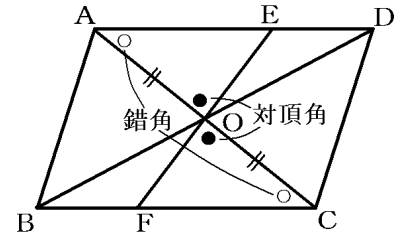
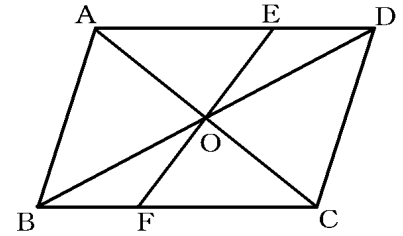


[問題 3]

次の図の平行四辺形 $ABCD$ で、 O は対角線の交点である。点 O を通る直線と辺 AD 、辺 BC との交点をそれぞれ E 、 F とする。このとき、 $AE=CF$ となることを証明しなさい。

[解答欄]

$\triangle AEO$ と $\triangle CFO$ において、
 平行四辺形の対角線はそれぞれの中点で交わるので、
 $AO=CO$ ・・・①
 平行線の錯角は等しいので、
 $\angle EAO=\angle FCO$ ・・・②
 対頂角は等しいので、
 $\angle AOE=\angle COF$ ・・・③
 ①、②、③より 1 辺と両端の角がそれぞれ等しいので、
 $\triangle AEO \equiv \triangle CFO$
 合同な図形の対応する辺の長さは等しいので、 $AE=CF$



[問題 4]

四角形 $ABCD$ の対角線の交点を O とするとき、次の条件のうちで、四角形 $ABCD$ が平行四辺形になるものには○を、平行四辺形になるとは限らないものには×を書け。

- (1) $AD \parallel BC$, $AB=DC$
- (2) $AD=BC$, $\angle ADB=\angle CBD$
- (3) $ABC \equiv \triangle ADC$
- (4) $AO=CO$, $\angle DAO=\angle BCO$

[解答欄]

(1) ×	(2) ○	(3) ×	(4) ×
-------	-------	-------	-------

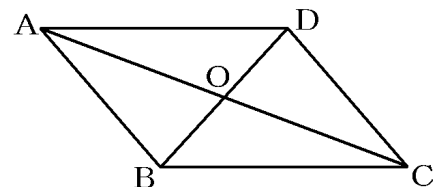
[問題 5]

図のような四角形 $ABCD$ に次の条件を加えるとき、平行四辺形となるものには○を、そうでないものには×を書きなさい。

- (1) $AD \parallel BC$, $\angle DAB+\angle CDA=180^\circ$
- (2) $AC=BD$, $AC \perp BD$
- (3) $AD \parallel BC$, $AB=DC$
- (4) $AO=BO=DO=CO$

[解答欄]

(1) ○	(2) ×	(3) ×	(4) ○
-------	-------	-------	-------



[解説]

(1) 右図で、 $\angle EDC + \angle CDA = 180^\circ$

条件より、 $\angle DAB + \angle CDA = 180^\circ$

よって、 $\angle EDC + \angle CDA = \angle DAB + \angle CDA$ なので、

$\angle EDC = \angle DAB$ となり、

同位角が等しいので $AB \parallel DC$

また、条件より $AD \parallel BC$ なので、向かい合う 2 つの辺が平行になる。

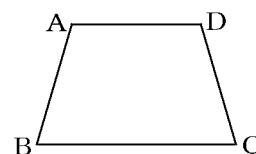
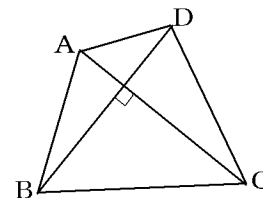
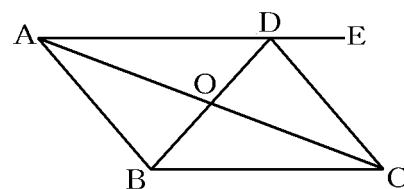
よって、四角形 $ABCD$ は平行四辺形になる。

(2) 例えば、右図のように、 $AC = BD$, $AC \perp BD$ の四角形は平行四辺形ではない。

(3) 例えば、右図のような四角形は $AD \parallel BC$, $AB = DC$ であるが、平行四辺形ではない。もし、 $AD \parallel BC$, $AD = BC$ であるならば、

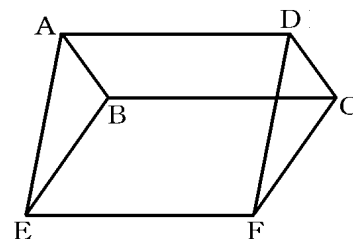
「向かい合う 1 組の辺が平行で等しい」ので平行四辺形になる。

(4) $AO = BO = DO = CO$ なので、対角線が中点で交わる。したがって、平行四辺形になる。(正確には、長方形になる。長方形は平行四辺形の一種である。)



[問題 6]

右の図で、四角形 $ABCD$, $BEFC$ がともに平行四辺形であるとき、四角形 $AEFD$ も平行四辺形であることを証明しなさい。



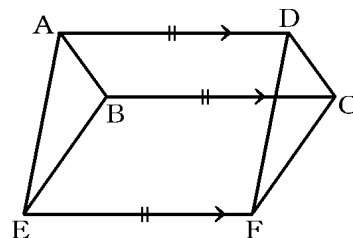
[解答欄]

四角形 $ABCD$ は平行四辺形なので $AD \parallel BC$, $AD = BC \dots \textcircled{1}$

四角形 $BEFC$ は平行四辺形なので $EF \parallel BC$, $EF = BC \dots \textcircled{2}$

$\textcircled{1}$, $\textcircled{2}$ より、 $AD \parallel EF$, $AD = EF$

1 組の向かい合う辺が平行で、長さが等しいので、
四角形 $AEFD$ は平行四辺形である。



[問題 7]

右の図で，四角形 $ABCD$ は平行四辺形で， E ， F ， G ， H は各辺の中点である。このとき，四角形 $AICJ$ は平行四辺形であることを証明しなさい。

[解答欄]

四角形 $AFCH$ について，仮定より， $AH \parallel FC \cdots \textcircled{1}$

また， $AD=BC$ で H ， F はそれぞれ AD ， BC の中点なので，
 $AH=FC \cdots \textcircled{2}$

①，②より 1 組の辺が平行で，長さが等しいので，四角形 $AFCH$ は平行四辺形

よって， $AI \parallel CJ \cdots \textcircled{3}$

同様にして，四角形 $AECG$ も平行四辺形なので， $AJ \parallel CI \cdots \textcircled{4}$

③，④より 2 組の向かい合った辺がそれぞれ平行なので四角形 $AICJ$ は平行四辺形である。

