

第 14 章	数学(2 年)	名前:	日 付	No.02
	四角形			

[問題 1]

平行四辺形 $ABCD$ で、対角線 AC に、点 E, F を、 $AE=CF$ となるようにとると、四角形 $BFDE$ は平行四辺形である。このことを、次のように証明した。

空らんをうめて証明を完成させなさい。

<証明>

四角形 $ABCD$ は平行四辺形だから

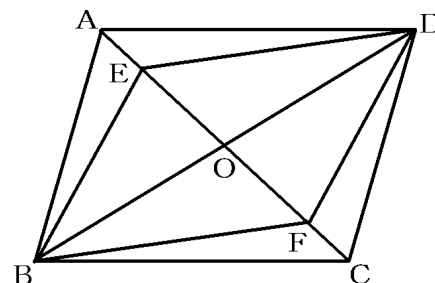
(1)...①

(2)...②

また、仮定より(3)...③

②, ③より(4)...④

①, ④より(5)から、四角形 $BFDE$ は平行四辺形である。



[解答欄]

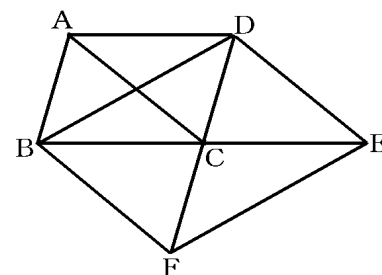
(1) $BO=DO$	(2) $AO=CO$	(3) $AE=CF$
(4) $EO=FO$	(5) 対角線が互いに中点で交わる	

[問題 2]

平行四辺形 $ABCD$ の辺 BC, DC の延長上に、
 $BC=CE, DC=CF$ となる点 E, F を右の図のようにとります。

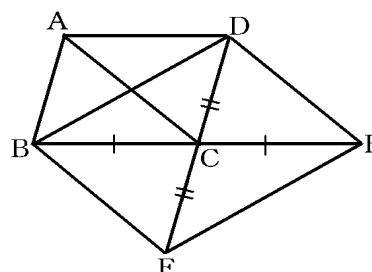
(1) 平行四辺形が 3 つありますので、すべてかきなさい。

(2) (1)の平行四辺形の中で 1 番大きい平行四辺形について、平行四辺形であることを証明しなさい。



[解答欄]

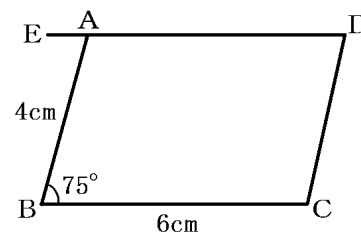
(1) 平行四辺形 $BDEF$, 平行四辺形 $ACED$, 平行四辺形 $ABFC$
(2) 四角形 $BDEF$ について $BC=CE, DC=CF$ なので対角線は互いに中点で交わっている。 したがって、四角形 $BDEF$ は平行四辺形である。



[問題 3]

右の平行四辺形 ABCD で、次の(1)～(3)の長さや角の大きさを求めなさい。

- (1) AD (2) $\angle D$ (3) $\angle BCD$



[解答欄]

(1) 6cm	(2) 75°	(3) 105°
---------	----------------	-----------------

[解説](1) 平行四辺形の向かい合う辺の長さは等しいので、 $AD=BC=6\text{cm}$

(2) 平行四辺形の向かい合う角の大きさは等しいので、 $\angle D=\angle B=75^\circ$

(3) 四角形の内角の和は $180^\circ \times (4-2)=360^\circ$ なので $\angle A+\angle B+\angle C+\angle D=360^\circ$

平行四辺形の向かい合う角の大きさは等しいので、 $\angle B=\angle D=75^\circ$, $\angle A=\angle C$

ゆえに、 $\angle C+75^\circ +\angle C+75^\circ =360^\circ$, $2\angle C=210^\circ$ ゆえに $\angle C=105^\circ$

[問題 4]

次の図の平行四辺形 ABCD で、点 E は $\angle BAD$ の二等分線と辺 BC との交点である。

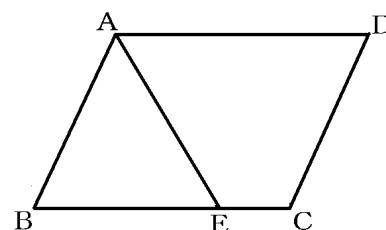
$\angle ABE=64^\circ$, $AB=5\text{cm}$, $BC=7\text{cm}$ のとき、

次の問いに答えなさい。

- (1) $\angle AEB$ の大きさを求めなさい。
 (2) 線分 EC の長さを求めなさい。

[解答欄]

(1) 58°	(2) 2cm
----------------	---------



[解説]

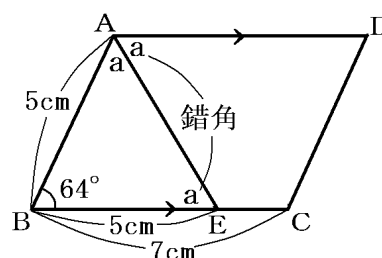
(1) 「平行線では錯角は等しい」性質を使って、図のように a の角をとる。

$\triangle ABE$ で「三角形の内角の和は 180° 」なので、

$$a + a + 64^\circ = 180^\circ , \quad 2a = 116^\circ \quad \text{ゆえに } a = 58^\circ$$

(2) 「2 角が等しい三角形は二等辺三角形である」ので、 $\triangle BAE$ は

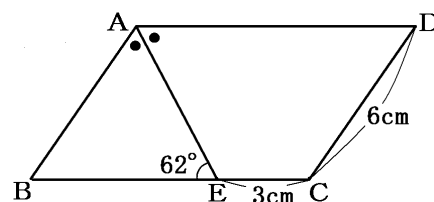
二等辺三角形で $BA=BE=5\text{cm}$ ゆえに、 $EC=BC-BE=7-5=2\text{cm}$



[問題 5]

右の図の平行四辺形 ABCD で、 $\angle BAD$ の二等分線と辺 BC の交点を E とするとき、次の問いに答えよ。

- (1) $\triangle ABE$ はどんな三角形か。
- (2) $\angle ADC$ の大きさを求めよ。
- (3) AD の長さを求めよ。



[解答欄]

(1) 二等辺三角形	(2) 56°	(3) 9cm
------------	----------------	---------

[解説]

(1) 「平行線では錯角は等しい」性質を使って、図のように 62° の角を移す。

「2 角が等しい三角形は二等辺三角形である」ので、 $\triangle ABE$ は二等辺三角形になる。

(2) $\triangle ABE$ で、「三角形の内角の和は 180° 」なので、
 $\angle B + 62^\circ + 62^\circ = 180^\circ$, $\angle B = 56^\circ$

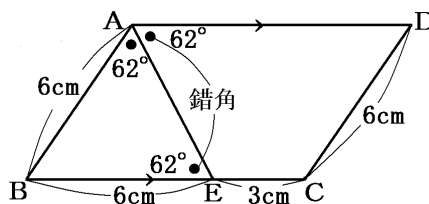
「平行四辺形の向かい合う角は等しい」ので、 $\angle D = \angle B$ ゆえに
 $\angle D = 56^\circ$

(3) 「平行四辺形の向かい合う辺の長さは等しい」ので、 $AB = CD = 6\text{cm}$

$\triangle ABE$ は二等辺三角形なので、 $AB = BE$

ゆえに $BE = 6\text{cm}$ $BC = BE + EC = 6 + 3 = 9\text{cm}$

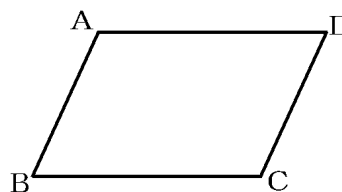
「平行四辺形の向かい合う辺の長さは等しい」ので、 $AD = BC = 9\text{cm}$



[問題 6]

平行四辺形 ABCD が次の条件を持つとき、それぞれどのような四角形になるか答えなさい。

- (1) $AB = BC$
- (2) $\angle A = \angle B$
- (3) $AB = BC$, $\angle B = 90^\circ$



[解答欄]

(1) ひし形	(2) 長方形	(3) 正方形
---------	---------	---------

[解説]

(1) 平行四辺形なので向かい合う辺の長さが等しく、 $AB = CD$, $AD = BC$ である。これに $AB = BC$ の条件が付け加わると、 $AB = BC = CD = AD$ で 4 つの辺の長さが等しくなり、ひし形になる。

(2) 平行四辺形なので向かい合う角の大きさが等しく、 $\angle A = \angle C$, $\angle B = \angle D$ である。これに $\angle A = \angle B$ の条件が付け加わると、 $\angle A = \angle B = \angle C = \angle D$ で 4 つの角が等しくなり、長方形になる。

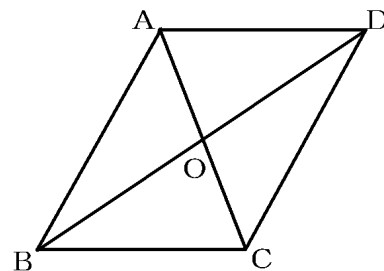
(3) $AB = BC$ なので(1)と同様にして 4 辺が等しくなる。また $\angle B = 90^\circ$ なので、他の 3 つの角もすべて 90° になり、 $\angle A = \angle B = \angle C = \angle D$ となる。4 つの角が等しく、4 つの辺が等しい四角形なので正方形になる。

[問題 7]

平行四辺形 ABCD に次の条件が加わると、どんな四角形になるか答えよ。

ただし、O は対角線の交点とする。

- (1) $AB=AD$
- (2) $AC=BD$
- (3) $\angle AOB=90^\circ$, $\angle ABC=90^\circ$



[解答欄]

(1) ひし形	(2) 長方形	(3) 正方形
---------	---------	---------

[解説]

ひし形、長方形、正方形は平行四辺形の特殊な場合である。

ひし形：定義「4 つの辺が等しい四角形」、性質「対角線が垂直に交わる」

長方形：定義「4 つの角が等しい四角形」、性質「対角線の長さが等しい」

正方形：定義「4 つの角が等しく、4 つの辺が等しい四角形」

性質「対角線の長さが等しく垂直に交わる」

(1) 平行四辺形なので向かい合う辺の長さが等しく、 $AB=CD$ 、 $AD=BC$ である。これに $AB=AD$ の条件が付け加わると、 $AB=BC=CD=AD$ で 4 つの辺の長さが等しくなり、ひし形になる。

(2) 対角線が等しい平行四辺形は長方形である。

(3) $\angle AOB=90^\circ$ より対角線が垂直に交わる。対角線が垂直に交わる平行四辺形はひし形である。 $\angle ABC=90^\circ$ より他の 3 つの内角もすべて 90° になる。4 つの角が等しい四角形は長方形である。ひし形と長方形の性質を同時にもつのは正方形である。