

第 2 章	数学(2 年)	名前:	日 付	No.02
	式の計算2			

[問題 1]

次のことから文字を使った式で表しなさい。

- (1) 十の位を a ，一の位を b としたときの 2 けたの整数。
 (2) 3 けたの自然数を，百の位の数字を a ，十の位の数字を b ，一の位の数字を c として， a, b, c を使って表しなさい。

[解答欄]

(1) $10a + b$	(2) $100a + 10b + c$
---------------	----------------------

[解説]

- (1) 例えば， $56 = 50 + 6 = 10 \times 5 + 6$ 十の位が a ，一の位が b の 2 ケタの整数は $10 \times a + b = 10a + b$ と表すことができる。
 (2) 例えば， $572 = 100 \times 5 + 10 \times 7 + 2$ 百の位が a ，十の位が b ，一の位が c である 3 ケタの整数は， $100 \times a + 10 \times b + c = 100a + 10b + c$ と表すことができる。

[問題 2]

一の位が 0 でない 2 けたの正の整数がある。この整数の十の位の数字と一の位の数字を入れかえた整数と，もとの整数の和は，11 の倍数になっている。このことを文字を使って説明しなさい。

[解答欄]

この 2 けたの整数の十の位の数字を a ，一の位の数字を b とおくと，この数は $10a + b$ と表すことができる。(ただし， a, b は整数とする)
 十の位と一の位の数字を置きかえた数は， $10b + a$ と表すことができる。
 したがって，これらの 2 数の和は $(10a + b) + (10b + a) = 11a + 11b = 11(a + b)$ となる。
 a, b は整数なので $a + b$ も整数となり， $11(a + b)$ は 11 の倍数となる。
 したがって，この 2 けたの整数と，その整数の十の位と一の位を入れ替えた数との和は，11 の倍数となる。

[解説]

- 例えば， $56 = 50 + 6 = 10 \times 5 + 6$ 十の位が a ，一の位が b の 2 ケタの整数は $10 \times a + b = 10a + b$ と表すことができる。
 - 11 の倍数は， $11 \times 1, 11 \times 2, 11 \times 3 \dots$ のように， $11 \times (\text{整数})$ の形で表すことができる。
- ある式が 11 の倍数になることを証明するためには， $11 \times (\text{整式})$ の形に式を変形すればよい。
 例) $11n + 11m + 22 = 11(n + m + 2)$

[問題 3]

一の位が 0 でない 2 けたの自然数を A , A の十の位と一の位を入れかえてできる自然数を B とする。
次の問いに答えなさい。

(1) A の十の位の数 x , 一の位の数 y として, A , B を式で表しなさい。

(2) $A+B$ はどんな数の倍数になりますか。

[解答欄]

$$(1) A=10x+y, B=10y+x$$

$$(2) A+B=(10x+y)+(10y+x)=11x+11y=11(x+y)$$

x, y は整数なので $x+y$ も整数。よって $A+B=11(x+y)$ は 11 の倍数・・・答

[解説]

- ・例えば, $56=50+6=10\times 5+6$ 十の位が x , 一の位が y の 2 ケタの整数は $10\times x+y=10x+y$ と表すことができる。
- ・11 の倍数は, $11\times 1, 11\times 2, 11\times 3\cdots$ のように, $11\times(\text{整数})$ の形で表すことができる。

[問題 4]

一の位の数 c が 0 でない 3 けたの正の整数がある。この整数の百の位の数と一の位の数を入れかえた 3 けたの整数をつくる。「もとの 3 けたの整数から, 入れかえた 3 けたの整数を引いた数は, 99 で割り切れる。」このことを説明しなさい。

[解答欄]

もとの 3 けたの整数の百の位 a , 十の位 b , 一の位 c とすると,

$$(\text{もとの整数})=100a+10b+c \quad (\text{入れかえた整数})=100c+10b+a$$

$$(\text{もとの整数})-(\text{入れかえた整数})=(100a+10b+c)-(100c+10b+a)=99a-99c=99\times(a-c)$$

$a-c$ は整数なので $99\times(a-c)$ は 99 の倍数となり,

もとの 3 けたの整数から, 入れかえた 3 けたの整数を引いた数は, 99 で割り切れる

[解説]

- ・例えば, $576=100\times 5+10\times 7+6$ 百の位 a , 十の位 b , 一の位 c とすると, 3 ケタの整数は $100\times a+10\times b+c=100a+10b+c$ と表すことができる。
- ・99 の倍数は, $99\times 1, 99\times 2, 99\times 3\cdots$ のように, $99\times(\text{整数})$ の形で表すことができる。

ある式が 99 の倍数になることを証明するためには, $99\times(\text{整式})$ の形に式を変形すればよい。

例) $99a-99c=99(a-c)$

[問題 5]

十の位の数と一の位の数の和が 3 の倍数である 2 けたの整数は 3 の倍数である。このわけを説明しなさい。

[解答欄]

十の位の数を m ，一の位の数を n とする。(ただし， m, n は整数)

この 2 けたの数 $= 10m + n = 9m + m + n = 9m + (m + n)$

条件より， $m + n$ は 3 の倍数で， $9m$ も 3 の倍数

3 の倍数どうしの和は 3 の倍数になる。

したがって，この 2 けたの整数は 3 の倍数になる。

[解説]

例えば， $56 = 50 + 6 = 10 \times 5 + 6$ 十の位が m ，一の位が n の 2 ケタの整数は $10 \times m + n = 10m + n$ と表すことができる。

[問題 6]

2 つの自然数 a, b がある。 a を 5 で割ると商が m で余りが 3 である。 b を 5 で割ると商が n で余りが 4 である。 $a + b$ を 5 で割ったときの商と余りを求めなさい。

[解答欄]

商 $m + n + 1$	余り 2
---------------	------

[解説]

例えば 23 を 5 で割ったときの商は 4 で余りは 3 であるが，これを式で表すと，

$23 \div 5 = 4 \cdots 3$ この場合， $23 = 5 \times 4 + 3$ の関係が成り立つ。

「 a を 5 で割ると商が m で余りが 3 である」を式で表すと， $a \div 5 = m \cdots 3$ なので， $a = 5 \times m + 3 \cdots ①$ が成り立つ。

「 b を 5 で割ると商が n で余りが 4 である」を式で表すと， $b \div 5 = n \cdots 4$ なので， $b = 5 \times n + 4 \cdots ②$ が成り立つ。

①，②より，

$$a + b = 5m + 3 + 5n + 4 = 5m + 5n + 7$$

この式をさらに， $a + b = 5m + 5n + 5 + 2 = 5(m + n + 1) + 2$ と変形することができる。

$$\text{よって，} (a + b) \div 5 = m + n + 1 \cdots 2$$

この式から， $a + b$ を 5 で割ったときの商は $m + n + 1$ ，余りは 2 になることがわかる。

[問題 7]

ある自然数 x を 6 で割ると商が y で余りが 5 である。また，その商 y を 8 で割ると商が z で余りが 4 である。このとき， x を 24 で割ったときの余りを求めよ。

[解答欄]

5

[解説]

例えば 23 を 5 で割ったときの商は 4 で余りは 3 であるが，これを式で表すと，

$23 \div 5 = 4 \cdots 3$ この場合、 $23 = 5 \times 4 + 3$ の関係が成り立つ。

(割られる数) $\div$ (割る数) = (商) $\cdots$ (余り) なら、(割られる数) = (割る数) $\times$ (商) + (余り)

が成り立つことがわかる。

「ある自然数 x を 6 で割ると商が y で余りが 5 である」を式で表すと、 $x \div 6 = y \cdots 5$ なので、

$x = 6y + 5 \cdots ①$ が成り立つ。

「 y を 8 で割ると商が z で余りが 4 である」を式で表すと、 $y \div 8 = z \cdots 4$ なので、

$y = 8z + 4 \cdots ②$ が成り立つ。

②を①に代入すると、 $x = 6(8z + 4) + 5 = 48z + 24 + 5 \cdots ③$

$x \div 24 = (\text{商}) \cdots (\text{余り})$ より、 $x = 24 \times (\text{商}) + (\text{余り}) \cdots ④$

③を④の形に変形すると、 $x = 48z + 24 + 5 = 24(2z + 1) + 5$

この式より、 x を 24 で割ったときの商は $2z + 1$ 、余りは 5 であることがわかる。

[問題 8]

右のカレンダーで縦に並んだ 3 つの数の和は、その真ん中の数の 3 倍になります。このことが、どの縦の 3 数についてもいえることを、文字を使って説明しなさい。

日	月	火	水	木	金	土
			1	2	3	4
5	6	7	8	9	10	11
12	13	14	15	16	17	18
19	20	21	22	23	24	25
26	27	28	29	30	31	

[解答欄]

縦に並んだ 3 つの数は、 n 、 $n + 7$ 、 $n + 14$ と表すことができる。

(3 つの数の和) = $n + (n + 7) + (n + 14) = 3n + 21$ なので、

(真ん中の数の 3 倍) = $3(n + 7) = 3n + 21$

よって、3 つの数の和は真ん中の数の 3 倍と等しくなる。

[解説]

縦に並んだ 3 つの数は、例えば、2、 $9 = 2 + 7$ 、 $16 = 2 + 14$ のように 7 ずつ増加する。

したがって、一番上の数を n とすると、 n とすると、縦に並んだ 3 つの数は、 n 、 $n + 7$ 、 $n + 14$ と表すことができる。

日	月	火	水	木	金	土
			1	2	3	4
5	6	7	8	9	10	11
12	13	14	15	16	17	18
19	20	21	22	23	24	25
26	27	28	29	30	31	