

第 5 章	数学(2 年)	名前:	日 付	No.02
	連立方程式の応用 2			

[問題 1]

Aさんは9時に家を出発して、2000mはなれた駅へむかいました。はじめは毎分50mの速さで歩いていましたが、列車に乗りおくれそうになったので、途中から毎分150mの速さで走ったら駅には9時24分に着きました。歩いた道のりと走った道のりを求めなさい。

[解答欄]

歩いた道のりを x m, 走った道のりを y m とする。

家から駅まで 2000m あるので, $x + y = 2000 \cdots \textcircled{1}$

歩いた時間は $\frac{x}{50}$ 分, 走った時間は $\frac{y}{150}$ 分で, かかった時間の合計は 24 分なので,

$$\frac{x}{50} + \frac{y}{150} = 24 \cdots \textcircled{2}$$

①, ②の連立方程式を代入法で解く(加減法も可)。

①より, $y = 2000 - x \cdots \textcircled{1}'$

②の両辺に 150 をかけて分母を払うと, $3x + y = 3600 \cdots \textcircled{2}'$

①'を②'に代入すると,

$$3x + 2000 - x = 3600, 2x = 1600, x = 800$$

$$x = 800 \text{ を } \textcircled{1}' \text{ に代入して, } y = 2000 - 800 = 1200$$

ゆえに, $x = 800, y = 1200$

これは問題にあてはまる。

よって, 歩いた道のりは 800m, 走った道のりは 1200m である…答

[解説]

・まず求めるものを x, y とおく。

「歩いた道のりと走った道のりを求めなさい。」とあるので,
歩いた道のりを x m, 走った道のりを y m とする。

・速さの問題では, (時間)=(距離) $\div$ (速さ)= $\frac{\text{距離}}{\text{速さ}}$ の公式を使う。

・速さの問題では, 図をかくとわかりやすい。与えられた条件をすべて図に記入し, 図を見ながら, 距離とかかった時間に注目して式を作る。

・距離について

$$(\text{歩いた距離}) + (\text{走った距離}) = 2000$$

$$x + y = 2000 \cdots \textcircled{1}$$

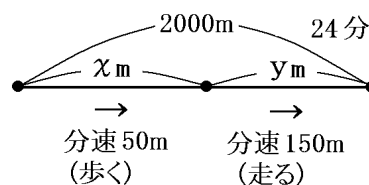
・かかった時間について

$$(\text{歩いた時間}) + (\text{走った時間}) = 30$$

$$(\text{歩いた距離}) \div 50 + (\text{走った距離}) \div 150 = 24$$

$$x \div 50 + y \div 150 = 24, \frac{x}{50} + \frac{y}{150} = 24 \cdots \textcircled{2}$$

・①, ②を連立方程式として解く。



・最後に計算の結果求めた x , y の値を一応、吟味する。通常は、「これは問題にあてはまる。」と書いておけばよい。

[問題 2]

Aさんは8時に家を出発して、1170mはなれた学校へ向かった。はじめは毎分70mの速さで歩いたが、遅刻しそうだったので、途中から毎分100mの速さで歩いたら、学校には8時15分に着いた。速さを変えたのは、家から何mの地点ですか。

[解答欄]

毎分70mで歩いた距離を x m, 毎分100mで歩いた距離を y m とする。

歩いた距離の合計は1170mなので, $x + y = 1170 \cdots \textcircled{1}$

かかった時間の合計は15分なので, $\frac{x}{70} + \frac{y}{100} = 15 \cdots \textcircled{2}$

①, ②の連立方程式を代入法で解く(加減法も可)。

①より, $y = 1170 - x \cdots \textcircled{1}'$

②の両辺に700をかけて分母を払うと, $10x + 7y = 10500 \cdots \textcircled{2}'$

①'を②'に代入すると,

$$10x + 7(1170 - x) = 10500, 10x + 8190 - 7x = 10500, 3x = 2310, x = 770$$

$x = 770$ を①'に代入すると, $y = 1170 - 770 = 400$

ゆえに, $x = 770, y = 400$

これは問題にあてはまる。

よって, 速さを変えたのは, 家から770mの地点。...答

[解説]

・まず求めるものを x , y とおく。

毎分70mで歩いた距離を x m, 毎分100mで歩いた距離を y m とする。

・速さの問題では, (時間)=(距離)÷(速さ)= $\frac{\text{距離}}{\text{速さ}}$ の公式を使う。

・速さの問題では, 図をかくとわかりやすい。与えられた条件をすべて図に記入し, 図を見ながら, 距離とかかった時間に注目して式を作る。速さを変えた地点を P 地点とする。

・距離について

(家～P間の距離)+(P～学校間の距離)=1170

$$x + y = 1170 \cdots \textcircled{1}$$

・かかった時間について

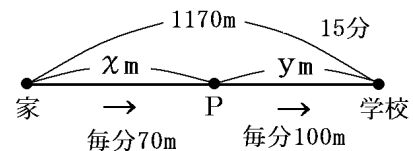
(家～P間にかかった時間)+(P～学校間にかかった時間)=15

(家～P間の距離)÷70+(P～学校間の距離)÷100=15

$$x \div 70 + y \div 100 = 15, \frac{x}{70} + \frac{y}{100} = 15 \cdots \textcircled{2}$$

・①, ②を連立方程式として解く。

・最後に計算の結果求めた x , y の値を一応、吟味する。通常は、「これは問題にあてはまる。」と書いておけばよい。



[問題 3]

F 中学校でトライアスロン大会(水泳, 自転車, マラソンの 3 種目)を続けて行い, その合計時間を競うものが開催されました。3 種目の競技コースの距離の合計は 25.5km です。A 君は 0.5km の水泳コースを 15 分間で泳いだ後, 自転車コースを毎時 20km, マラソンコースを毎時 10km の速さで走りました。3 種目の合計時間は 2 時間でした。自転車コースとマラソンコースの距離はそれぞれ何 km ですか。

[解答欄]

自転車コースの距離を x km, マラソンコースの距離を y km とする。

水泳コースは 0.5km で, コースの全長は 25.5km なので,

$$0.5 + x + y = 25.5, \quad x + y = 25 \cdots \textcircled{1}$$

自転車コースを毎時 20km で走っているのを,

$$\text{かかった時間は } x \div 20 = \frac{x}{20} \text{ (時間)}$$

マラソンコースを毎時 10km の速さで走っているのを,

$$\text{かかった時間は } y \div 10 = \frac{y}{10} \text{ (時間)}$$

水泳コースを 15 分 = $\frac{15}{60} = \frac{1}{4}$ 時間で走り, 3 種目の合計時間は 2 時間であったので,

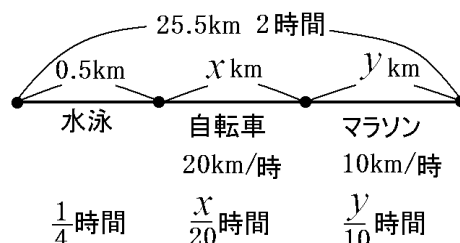
$$\frac{x}{20} + \frac{y}{10} + \frac{1}{4} = 2 \quad \text{両辺に 20 をかけると, } x + 2y + 5 = 40, \quad x + 2y = 35 \cdots \textcircled{2}$$

①, ②の連立方程式を代入法で解く。①より, $y = 25 - x \cdots \textcircled{1}'$

①'を②に代入すると, $x + 2(25 - x) = 35, \quad x + 50 - 2x = 35, \quad -x = -15, \quad x = 15$

$x = 15$ を①'に代入すると, $y = 25 - 15 = 10$ これは問題にあてはまる。

よって, 自転車コースの距離は 15km, マラソンコースの距離は 10km である。…答



[問題 4]

A 町から峠をこえて B 町まで往復しました。行きも帰りも上りは時速 2km, 下りは時速 6km で歩いたところ, 行きは 1 時間 50 分, 帰りは 1 時間 30 分かかりました。A 町から B 町までの道のりを求めなさい。

[解答欄]

A 町から峠までを x km, 峠から B 町までを y km とする。

$$\text{A 町から峠までは } \frac{x}{2} \text{ 時間, 峠から B 町までは } \frac{y}{6} \text{ 時間かかるので, } \frac{x}{2} + \frac{y}{6} = 1 + \frac{50}{60} \cdots \textcircled{1}$$

$$\text{B 町から峠までは } \frac{y}{2} \text{ 時間, 峠から A 町までは } \frac{x}{6} \text{ 時間かかるので, } \frac{x}{6} + \frac{y}{2} = 1 + \frac{30}{60} \cdots \textcircled{2}$$

$$\textcircled{1} \text{より, } \frac{x}{2} + \frac{y}{6} = \frac{11}{6}, \quad 3x + y = 11 \cdots \textcircled{1}'$$

$$\textcircled{2} \text{より } \frac{x}{6} + \frac{y}{2} = \frac{9}{6}, \quad x + 3y = 9 \cdots \textcircled{2}'$$

連立方程式①', ②'を代入法で解く(加減法でも可)。

①'より $y = 11 - 3x \cdots \textcircled{1}''$

①''を②'に代入すると,

$$x + 3(11 - 3x) = 9, \quad x + 33 - 9x = 9, \quad -8x = -24, \quad x = 3$$

$$x = 3 \text{ を①に代入すると, } y = 11 - 3 \times 3 = 2$$

$$\text{ゆえに, } x = 3, y = 2$$

これは問題にあてはまる。

よって A 町から B 町までの道のりは $x + y = 3 + 2 = 5 \text{ km} \cdots \text{答}$

[解説]

・通常求めるものを x, y とおくが、この問題では合計の距離ではなく、A～峠、峠～B に分割して考え、A 町から峠までを $x \text{ km}$ 、峠から B 町までを $y \text{ km}$ とおく。

・速さの問題では、 $(\text{時間}) = (\text{距離}) \div (\text{速さ}) = \frac{\text{距離}}{\text{速さ}}$ の公式を使う。

・速さの問題では、図をかくとわかりやすい。与えられた条件をすべて図に記入し、図を見ながら、かかった時間に注目して式を作る。

・(行きにかかった時間)

$$(\text{A} \sim \text{峠の時間}) + (\text{峠} \sim \text{B の時間}) = 1 + \frac{50}{60}$$

$$(\text{A} \sim \text{峠の距離}) \div 2 + (\text{峠} \sim \text{B の距離}) \div 6 = 1 + \frac{50}{60}$$

$$x \div 2 + y \div 6 = 1 + \frac{50}{60}$$

$$\frac{x}{2} + \frac{y}{6} = 1 + \frac{50}{60} \cdots \text{①}$$

・(帰りにかかった時間)

$$(\text{B} \sim \text{峠の時間}) + (\text{峠} \sim \text{A の時間}) = 1 + \frac{30}{60}$$

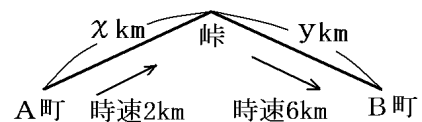
$$(\text{B} \sim \text{峠の距離}) \div 2 + (\text{峠} \sim \text{A の距離}) \div 6 = 1 + \frac{30}{60}$$

$$\frac{y}{2} + \frac{x}{6} = 1 + \frac{30}{60} \cdots \text{②}$$

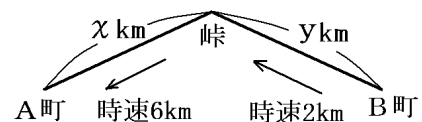
・①, ②を連立方程式として解く。

・最後に計算の結果求めた x, y の値を一応、吟味する。通常は、「これは問題にあてはまる。」と書いておけばよい。

[行き] 1時間50分



[帰り] 1時間30分



[問題 5]

家を出発し、7分歩いて6分走ると、1500m離れた公園に着く。また、13分歩いて4分走っても、同じ公園に着く。歩く速さと走る速さをそれぞれ求めなさい。ただし、歩く速さ、走る速さはそれぞれ一定とする。

[解答欄]

歩く速さを毎分 x m, 走る速さを毎分 y m とする。

7分歩いて6分走ると、1500m離れた公園に着くので、

(7分歩いたときの進んだ距離)+(6分走ったときの進んだ距離)=
1500(m)

$$x \times 7 + y \times 6 = 1500, 7x + 6y = 1500 \cdots \textcircled{1}$$

13分歩いて4分走っても、1500m離れた公園に着くので、

(13分歩いたときの進んだ距離)+(4分走ったときの進んだ距離)=
1500(m)

$$x \times 13 + 4 \times y = 1500, 13x + 4y = 1500 \cdots \textcircled{2}$$

①, ②の連立方程式を加減法で解く。 y の係数を12にあわせるために、

$$\textcircled{1} \text{の両辺を2倍して, } 14x + 12y = 3000 \cdots \textcircled{1}'$$

$$\textcircled{2} \text{の両辺を3倍して, } 39x + 12y = 4500 \cdots \textcircled{2}'$$

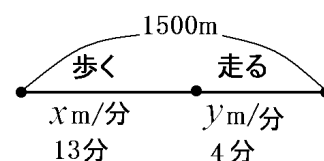
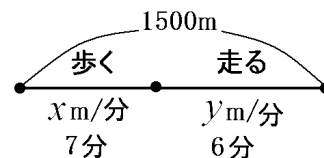
$$\textcircled{2}' - \textcircled{1}' \text{より, } 25x = 1500, x = 1500 \div 25 = 60$$

$$x = 60 \text{を}\textcircled{2} \text{に代入すると, } 13 \times 60 + 4y = 1500$$

$$4y = 1500 - 780, 4y = 720, y = 720 \div 4 = 180$$

これは問題にあてはまる。

よって、歩く速さは毎時 60m, 走る速さは毎時 180m である。…答



[問題 6]

周囲が6kmの湖があります。この湖を、AとBは自転車で同じ所を出発して反対の方向にまわります。2人が同時に出発すれば、AとBは20分後に会いますが、AがBよりも10分おくれて出発すればAは出発してから15分後にBと会います。A、Bそれぞれの速さは毎時何kmですか。

[解答欄]

Aの速さを毎時 x km, Bの速さを毎時 y km とする。

2人が同時に出発すれば、AとBは20分後に会おうが、

$$20 \text{分} \text{で} A \text{は, } x (\text{km/時}) \times \frac{20}{60} (\text{時間}) = \frac{1}{3} x (\text{km}) \text{ 進む。}$$

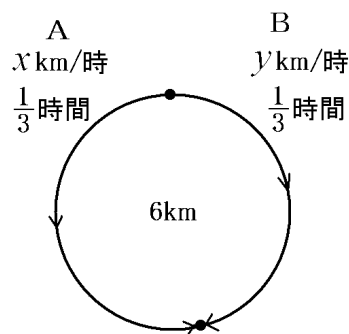
$$20 \text{分} \text{で} B \text{は, } y (\text{km/時}) \times \frac{20}{60} (\text{時間}) = \frac{1}{3} y (\text{km}) \text{ 進む。}$$

$$20 \text{分} \text{で} A \text{と} B \text{は合計で} 6 \text{km} \text{ 進むので, } \frac{1}{3} x + \frac{1}{3} y = 6$$

$$\text{両辺を3倍すると, } x + y = 18 \cdots \textcircled{1}$$

「AがBよりも10分おくれて出発すればAは出発してから15分後にBと会おう」とあるので、Aは15分、Bは15+10=25分進む。

$$15 \text{分} \text{で} A \text{は, } x (\text{km/時}) \times \frac{15}{60} (\text{時間}) = \frac{1}{4} x (\text{km})$$



25 分で B は、 y (km/時) $\times \frac{25}{60}$ (時間) $= \frac{5}{12} y$ (km) 進む。

A と B は合計で 6km 進むので、 $\frac{1}{4} x + \frac{5}{12} y = 6$

両辺を 12 倍すると、 $3x + 5y = 72 \cdots \textcircled{2}$

①、②の連立方程式を代入法で解く。

①より、 $y = 18 - x \cdots \textcircled{1}'$

これを②に代入すると、 $3x + 5(18 - x) = 72$

$3x + 90 - 5x = 72$, $3x - 5x = 72 - 90$, $-2x = -18$, $x = -18 \div (-2) = 9$

$x = 9$ を①'に代入すると、 $y = 18 - 9 = 9$

これは問題にあてはまる。

よって、A の速さは毎時 9km, B の速さは毎時 9km である。…答