

第 6 章	数学(2 年)	名前:	日 付	No.01
	連立方程式の応用 3			

[問題 1]

2 つの連立方程式 $\begin{cases} 4x-3y=17 \\ ax-2by=20 \end{cases}$, $\begin{cases} 2ax+by=-5 \\ 2x+5y=-11 \end{cases}$ は同じ解をもつという。このとき, a, b の値

を求めなさい。

[解答欄]

同じ解をもつので, x, y は, $4x-3y=17$, $2x+5y=-11$ をともに満たす。これを連立方程式として解く。

$$\begin{cases} 4x-3y=17 \cdots \textcircled{1} \\ 2x+5y=-11 \cdots \textcircled{2} \end{cases}$$

加減法で解く(代入法は不適當)。 x の係数の絶対値を 4 にそろえるために $\textcircled{2} \times 2$

$$\begin{cases} 4x-3y=17 \cdots \textcircled{1} \\ 4x+10y=-22 \cdots \textcircled{2}' \end{cases}$$

x を消去するために, $\textcircled{1}-\textcircled{2}'$

$$-13y=39, y=-3$$

$$y=-3 \text{ を } \textcircled{2} \text{ に代入すると, } 2x+5 \times (-3)=-11, 2x-15=-11, 2x=4, x=2$$

$$\text{よって, } x=2, y=-3$$

次に,

$ax-2by=20$, $2ax+by=-5$ の x, y は $x=2, y=-3$ なので, 代入して

$$\begin{cases} 2a+6b=20 \cdots \textcircled{3} \\ 4a-3b=-5 \cdots \textcircled{4} \end{cases}$$

これを a, b の連立方程式として加減法で解く。

b の係数の絶対値を 6 にそろえるために $\textcircled{4} \times 2$

$$\begin{cases} 2a+6b=20 \cdots \textcircled{3} \\ 8a-6b=-10 \cdots \textcircled{4}' \end{cases}$$

b を消去するために $\textcircled{3}+\textcircled{4}'$

$$10a=10, a=1$$

$$a=1 \text{ を } \textcircled{3} \text{ に代入すると, } 2+6b=20, 6b=18, b=3$$

$$\text{よって, } a=1, b=3 \cdots \text{答}$$

[問題 2]

連立方程式 $\begin{cases} 3x+2y=4 \\ ax+4y=a+5 \end{cases}$ の解が $4x-3y=11$ を満たすとき、 a の値を求めなさい。

[解答欄]

この連立方程式の解 x, y は $3x+2y=4$ と $4x-3y=11$ をともに満たす。そこで、まず

連立方程式 $\begin{cases} 3x+2y=4 \cdots \textcircled{1} \\ 4x-3y=11 \cdots \textcircled{2} \end{cases}$ を解く。

加減法で解く(代入法は不適當)。 x の係数の絶対値を 6 にそろえるために $\textcircled{1} \times 3$, $\textcircled{2} \times 2$

$$\begin{cases} 9x+6y=12 \cdots \textcircled{1}' \\ 8x-6y=22 \cdots \textcircled{2}' \end{cases}$$

y を消去するために $\textcircled{1}'+\textcircled{2}'$

$$17x=34, x=2$$

$$x=2 \text{ を } \textcircled{1} \text{ に代入すると, } 3 \times 2 + 2y = 4, 6 + 2y = 4, 2y = -2, y = -1$$

よって, $x=2, y=-1$

$$\text{この } x, y \text{ を } ax+4y=a+5 \text{ に代入すると, } 2a-4=a+5$$

よって, $a=9 \cdots$ 答

[問題 3]

連立方程式 $\begin{cases} ax+by=1 \\ cx-7y=13 \end{cases}$ を Pさんは正しく解いて、解は $x=4, y=-3$ になった。

Qさんは c を書き間違えたために、解は $x=-1, y=1$ になった。 a, b, c の値を求めなさい。

[解答欄]

$\begin{cases} ax+by=1 \\ cx-7y=13 \end{cases}$ の正しい解は, $x=4, y=-3$ なので, これを代入して,

$$\begin{cases} 4a-3b=1 \cdots \textcircled{1} \\ 4c+21=13 \cdots \textcircled{2} \end{cases}$$

$$\textcircled{2} \text{ より, } 4c=13-21, 4c=-8, c=-2$$

Qさんは c を書き間違えたが, a, b は間違っていないので, $x=-1, y=1$ は

$ax+by=1$ の式を満たすはずである。 $ax+by=1$ に $x=-1, y=1$ を代入すると,

$$-a+b=1 \cdots \textcircled{3}$$

$\textcircled{1}, \textcircled{3}$ を a, b についての連立方程式として解く。

$$\textcircled{3} \text{ より, } b=1+a \text{ これを } \textcircled{1} \text{ に代入すると,}$$

$$4a-3 \times (1+a)=1, 4a-3-3a=1, a=4$$

$$\text{したがって, } b=1+a=1+4=5$$

$$\text{以上より, } a=4, b=5, c=-2$$

[問題 4]

大小 2 つの数がある。小さい方の数の 2 倍に大きい方の数を加えると 81 になる。また、大きい方の数の 2 倍から小さい方の数の 3 倍をひくと 1 になる。このとき、大、小 2 つの数を求めなさい。

[解答欄]

大きい方の数を x ，小さい方の数を y とする。

小さい方の数 y の 2 倍に大きい方の数 x を加えると 81 になるので、

$$2y + x = 81 \cdots \textcircled{1}$$

大きい方の数 x の 2 倍から小さい方の数 y の 3 倍をひくと 1 になるので、

$$2x - 3y = 1 \cdots \textcircled{2}$$

①，②を代入法で解く(加減法でも可)。

$$\textcircled{1} \text{より、} x = 81 - 2y \cdots \textcircled{1}'$$

①'を②に代入すると、

$$2(81 - 2y) - 3y = 1, 162 - 4y - 3y = 1, -7y = -161, y = 23$$

$$y = 23 \text{を}\textcircled{1}'\text{に代入すると、} x = 81 - 2 \times 23 = 35$$

$$\text{ゆえに、} x = 35, y = 23$$

これは問題にあてはまる。

よって、大きい方の数は 35，小さい方の数は 23…答

[問題 5]

兄と弟は貯金をいくらかしている。兄が 5000 円貯金をすると、兄の貯金が弟の貯金の 3 倍になる。逆に弟が 5000 円貯金すると弟の貯金が兄の貯金の 2 倍になる。現在の兄と弟の貯金額をそれぞれ求めなさい。

[解答欄]

現在の兄の貯金額を x 円，弟の貯金額を y 円とする。

$$\text{兄が 5000 円貯金をすると、兄の貯金が弟の貯金の 3 倍になるので、} x + 5000 = 3y \cdots \textcircled{1}$$

$$\text{弟が 5000 円貯金すると弟の貯金が兄の貯金の 2 倍になるので、} y + 5000 = 2x \cdots \textcircled{2}$$

①，②を代入法で解く(加減法でも可)。

$$\textcircled{2} \text{より } y = 2x - 5000 \cdots \textcircled{2}'$$

②'を①に代入すると、

$$x + 5000 = 3(2x - 5000), x + 5000 = 6x - 15000, -5x = -20000, x = 4000$$

$$x = 4000 \text{を}\textcircled{2}'\text{に代入すると、} y = 2 \times 4000 - 5000 = 3000$$

$$\text{ゆえに、} x = 4000, y = 3000$$

これは問題にあてはまる。

よって兄の貯金は 4000 円，弟の貯金は 3000 円である。…答

[問題 6]

現在、まさや君の父親の年齢は、まさや君の年齢の 3 倍より 1 歳年上です。13 年後には、父親の年齢はまさや君の年齢の 2 倍になります。現在の父親とまさや君の年齢は、それぞれ何歳ですか。

[解答欄]

現在の父親の年齢を x 歳、まさや君の年齢を y 歳とする。

現在、まさや君の父親の年齢は、まさや君の年齢の 3 倍より 1 歳年上なので、

$$x = 3y + 1 \cdots \textcircled{1}$$

13 年後の父親の年齢 $x + 13$ (歳) は、13 年後のまさや君の年齢 $y + 13$ (歳) の 2 倍になるので、

$$x + 13 = 2(y + 13) \cdots \textcircled{2}$$

①を②に代入すると、

$$3y + 1 + 13 = 2(y + 13), \quad 3y + 14 = 2y + 26, \quad 3y - 2y = 26 - 14, \quad y = 12$$

$$y = 12 \text{ を①に代入すると, } x = 3 \times 12 + 1 = 37$$

これは問題にあてはまる。

よって、現在の父親は 37 歳、まさや君の年齢は 12 歳である。…答