

第 6 章	数学(2 年)	名前:	日 付	No.02
	連立方程式の応用 3			

[問題 1]

2 けたの自然数があります。この数の十の位の数字と一の位の数字の和は 10 になります。

また、十の位の数字と一の位の数字を入れかえてできる数は、もとの数より 18 大きくなります。

もとの自然数を連立方程式を用いて求めなさい。

[解答欄]

十の位の数字を x ，一の位の数字を y とする。

数字の和は 10 なので、 $x + y = 10 \cdots \textcircled{1}$

もとの数は $10x + y$ ，十の位の数字と一の位の数字を入れかえてできる数は $10y + x$

入れかえてできる数はもとの数より 18 大きいので、

(入れかえてできる数) = (もとの数) + 18

$(10y + x) = (10x + y) + 18 \cdots \textcircled{2}$

連立方程式①，②を代入法で解く(加減法でも可)。

①より $y = 10 - x \cdots \textcircled{1}'$

②より、 $10y + x = 10x + y + 18$, $-9x + 9y = 18$, $-x + y = 2 \cdots \textcircled{2}'$

①'を②'に代入すると、 $-x + (10 - x) = 2$, $-2x = -8$, $x = 4$

$x = 4$ を①'に代入すると、 $y = 10 - 4 = 6$

ゆえに、 $x = 4$, $y = 6$ これは問題にあてはまる。

よって、もとの自然数は 46 となる。…答

[解説]

- ・ 2 けたの自然数の表しかた

例) 58 : 十の位が 5，一の位が 8 なので、 $58 = 50 + 8 = 10 \times 5 + 8$

十の位が x ，一の位が y の数 A : $A = 10x + y$

A の十の位と一の位を入れ替えた数 B : $B = 10y + x$

- ・ 数の大小の表しかた : 文章を機械的に式に直す。

例) 56 は 30 より 26 大きい $\rightarrow 56 = 30 + 26$

A は B より 5 大きい $\rightarrow A = B + 5$

A は B より 5 小さい $\rightarrow A = B - 5$

[問題 2]

2 けたの正の整数がある。この整数は、各位の数の和の 5 倍よりも 3 小さい。

また十の位と一の位を入れかえてできる 2 けたの整数は、もとの整数よりも 18 大きくなる。

もとの整数を求めなさい。

[解答欄]

もとの整数の十の位を x ，一の位を y とすると、この整数は $10x + y$ と表すことができる。

この整数は、各位の数の和の 5 倍よりも 3 小さいので、

$$(\text{この整数}) = (\text{各位の数の和}) \times 5 - 3$$

$$10x + y = (x + y) \times 5 - 3 \cdots \textcircled{1}$$

十の位と一の位を入れかえてできる 2 けたの整数は $10y + x$ で、 $10y + x$ がもとの整数よりも 18 大きいので、

$$(\text{入れかえてできる 2 けたの整数}) = (\text{もとの整数}) + 18$$

$$10y + x = 10x + y + 18 \cdots \textcircled{2}$$

$$\textcircled{1} \text{ より, } 10x + y = 5x + 5y - 3, 5x - 4y = -3 \cdots \textcircled{1}'$$

$$\textcircled{2} \text{ より, } -9x + 9y = 18, -x + y = 2, y = x + 2 \cdots \textcircled{2}'$$

$\textcircled{1}'$, $\textcircled{2}'$ を代入法で解く(加減法でも可)。

$\textcircled{2}'$ を $\textcircled{1}'$ に代入すると、

$$5x - 4(x + 2) = -3, 5x - 4x - 8 = -3, x = 5$$

$$x = 5 \text{ を } \textcircled{2}' \text{ に代入すると, } y = 5 + 2 = 7$$

$$\text{ゆえに, } x = 5, y = 7$$

これは問題にあてはまる。

よって、もとの整数は $57 \cdots$ 答

[解説]

- ・ 2 けたの自然数の表しかた

$$\text{例) } 58 : \text{十の位が } 5, \text{一の位が } 8 \text{ なので, } 58 = 50 + 8 = 10 \times 5 + 8$$

$$\text{十の位が } x, \text{一の位が } y \text{ の数 } A : A = 10x + y$$

$$A \text{ の十の位と一の位を入れ替えた数 } B : B = 10y + x$$

- ・ 数の大小の表しかた : 文章を機械的に式に直す。

$$\text{例) } 56 \text{ は } 30 \text{ より } 26 \text{ 大きい} \rightarrow 56 = 30 + 26$$

$$A \text{ は } B \text{ より } 5 \text{ 大きい} \rightarrow A = B + 5$$

$$A \text{ は } B \text{ より } 5 \text{ 小さい} \rightarrow A = B - 5$$

[問題 3]

2 けたの自然数がある。この数の十の位の数の 5 倍から一の位の数をひいたら 2 になる。
 また、十の位と一の位を入れ替えてできる数は、もとの数の 3 倍より 2 小さくなる。
 もとの自然数を求めなさい。

[解答欄]

もとの数の十の位を x ，一の位を y とする。
 十の位の数 x の 5 倍から一の位の数 y をひいたら 2 になるので、 $5x - y = 2 \cdots \textcircled{1}$
 もとの数は $10x + y$ ，十の位と一の位を入れ替えてできる数は $10y + x$
 入れ替えてできる数は、もとの数の 3 倍より 2 小さくなるので、
 (入れ替えてできる数) = (もとの数) $\times 3 - 2$
 $10y + x = 3(10x + y) - 2 \cdots \textcircled{2}$
 $\textcircled{1}$ より、 $-y = -5x + 2$ ， $y = 5x - 2 \cdots \textcircled{1}'$
 $\textcircled{2}$ より、 $10y + x = 30x + 3y - 2$ ， $-29x + 7y = -2 \cdots \textcircled{2}'$
 $\textcircled{1}'$ ， $\textcircled{2}'$ を代入法で解く(加減法でも可)。
 $\textcircled{1}'$ を $\textcircled{2}'$ に代入すると、
 $-29x + 7(5x - 2) = -2$ ， $-29x + 35x - 14 = -2$ ， $6x = 12$ ， $x = 2$
 $x = 2$ を $\textcircled{1}'$ に代入すると、 $y = 5 \times 2 - 2 = 8$
 ゆえに、 $x = 2$ ， $y = 8$
 これは問題にあてはまる。
 よって、もとの数は 28 $\cdots$ 答

[解説]

・ 2 けたの自然数の表しかた

例) 58 : 十の位が 5，一の位が 8 なので、 $58 = 50 + 8 = 10 \times 5 + 8$

十の位が x ，一の位が y の数 A : $A = 10x + y$

A の十の位と一の位を入れ替えた数 B : $B = 10y + x$

・ 数の大小の表しかた : 文章を機械的に式に直す。

例) 56 は 30 より 26 大きい $\rightarrow 56 = 30 + 26$

A は B より 5 大きい $\rightarrow A = B + 5$ A は B より 5 小さい $\rightarrow A = B - 5$

[問題 4]

ある店で、シャツとパンツを1組買った。定価どおりだと、合計金額は4500円だったが、シャツは定価の20%引き、パンツは定価の15%引きだったので、合計金額は3700円になった。

シャツとパンツそれぞれの定価を求めなさい。

[解答欄]

シャツの定価を x 円、パンツの定価を y 円とする。

定価どおりだと、合計金額は4500円なので、

$$x + y = 4500 \cdots \textcircled{1}$$

シャツは定価の20%引きなので、買値は $x \times (1 - 0.2) = 0.8x$ (円)

パンツは定価の15%引きなので、買値は $y \times (1 - 0.15) = 0.85y$ (円)

買値の合計は3700円なので、

$$0.8x + 0.85y = 3700$$

両辺を20倍すると、 $16x + 17y = 74000 \cdots \textcircled{2}$

$$\textcircled{1} \text{より、 } y = 4500 - x \cdots \textcircled{1}'$$

$\textcircled{1}'$ を $\textcircled{2}$ に代入すると、 $16x + 17(4500 - x) = 74000$

$$16x + 76500 - 17x = 74000, 16x - 17x = 74000 - 76500, -x = -2500$$

よって、 $x = 2500$

$$x = 2500 \text{を}\textcircled{1}'\text{に代入すると、 } y = 4500 - 2500 = 2000$$

これは問題に当てはまる。

ゆえに、シャツの定価は2500円、パンツの定価は2000円となる。…答

【問題 5】

次の問題を連立方程式をつくって解きなさい。

ある中学校のテニス部の昨年の部員数は、男女あわせて 40 人でした。

今年は昨年と比べて、男子は 20%増え、女子は 10%減ったので、男女あわせて 39 人になった。

今年の男子と女子の部員数をそれぞれ求めなさい。

【解答欄】

昨年の男子の人数を x 人、女子の人数を y 人とする。

昨年の部員数は、男女あわせて 40 人だったので、 $x + y = 40 \cdots \textcircled{1}$

今年は男子は 20%増えたので、(今年の男子数)=(昨年の男子数)+(増加した男子数)

$$(\text{今年の男子数}) = x + x \times \frac{20}{100} = x + 0.2x = 1.2x \text{ 人}$$

女子は 10%減ったので、(今年の女子数)=(昨年の女子数)-(減少した女子数)

$$(\text{今年の女子数}) = y - y \times \frac{10}{100} = y - 0.1y = 0.9y \text{ 人}$$

今年の人数は 39 人なので、 $1.2x + 0.9y = 39 \cdots \textcircled{2}$

①、②を代入法で解く(加減法でも可)。

$$\textcircled{1} \text{より、} y = 40 - x \cdots \textcircled{1}'$$

$$\textcircled{2} \text{より、} 12x + 9y = 390, 4x + 3y = 130 \cdots \textcircled{2}'$$

①'を②'に代入すると、

$$4x + 3(40 - x) = 130, 4x + 120 - 3x = 130, x = 10$$

$$x = 10 \text{ を } \textcircled{1}' \text{ に代入すると、} y = 40 - 10 = 30$$

$$\text{ゆえに、} x = 10, y = 30$$

これは問題にあてはまる。

よって、今年の男子は、 $10 \times 1.2 = 12$ 人、女子は $30 \times 0.9 = 27$ 人 $\cdots$ 答

【解説】

・連立方程式では、通常求めるものを x , y とおくが、このタイプの人数の増減の問題では昨年の人数を x , y とおく。(今年の人数を x , y とおくと、式を立てるのがわかりにくく、かつ計算も非常に面倒になる)

・次のように表を使って考えることもできる。

	男子	女子	合計
昨年	x 人	y 人	40 人
	20%, $0.2x$ 人増加	10%, $0.1y$ 人減少	
今年	$1.2x$ 人	$0.9y$ 人	39 人

・最後に計算の結果求めた x , y の値を一応、吟味する。

・ x , y から今年の人数を計算する。

[問題 6]

ある町の図書館では、7月と8月について、中学生と高校生の利用者数を調査しました。

7月は中学生と高校生合わせて580人が利用していました。8月は、7月より中学生が20%増え、高校生が10%減ったので、中学生が高校生より3人多く利用していました。

7月の中学生の人数、高校生の人数を求めなさい。

[解答欄]

7月の中学生の利用者数を x 人、高校生の利用者数を y 人とする。

7月は中学生と高校生合わせて580人が利用したので、 $x + y = 580 \cdots \textcircled{1}$

8月は7月より中学生が20%増えたので、中学生の利用者数は $x \times (1 + 0.2) = 1.2x$ (人)

高校生は10%減ったので、 $y \times (1 - 0.1) = 0.9y$ (人)

8月の中学生の利用者数は、8月の高校生の利用者数より3人多いので、

$1.2x = 0.9y + 3$, $12x - 9y = 30$, $4x - 3y = 10 \cdots \textcircled{2}$

①より、 $y = 580 - x \cdots \textcircled{1}'$

①'を②に代入すると、 $4x - 3(580 - x) = 10$, $4x - 1740 + 3x = 10$

$4x + 3x = 10 + 1740$, $7x = 1750$, $x = 1750 \div 7 = 250$

$x = 250$ を①'に代入すると、 $y = 580 - 250 = 330$ これは問題に当てはまる。

よって、7月の中学生の利用者数は250人、高校生の利用者数は330人である。…答