

第 9 章	数学(2 年)	名前:	日 付	No.01
	一次関数 3			

[問題 1]

次の式を求めなさい。

- (1) 点(1, -4)を通り、傾きが 2 の直線の式。
 (2) 2 点(-1, 4), (1, -2)を通る直線の式。

[解答欄]

(1) $y = 2x - 6$	(2) $y = -3x + 1$
------------------	-------------------

[解説]

一次関数 $y = ax + b$ で a は傾き、 b は切片(直線が y 軸と交わる点の y 座標)を表す。

(1) 直線の式は $y = ax + b$ で表すことができる。この場合の a は直線の傾きを表す。

傾きが 2 なので、この直線は $y = 2x + b$ とおくことができる。

点(1, -4)を通るので、 $x = 1$, $y = -4$ を $y = 2x + b$ に代入して、 $-4 = 2 + b$ が成り立つ。

これを解くと $b = -6$ $\therefore$ 求める直線の式は $y = 2x - 6$

(2) この直線を $y = ax + b$ とおく。

点(-1, 4)を通るので、 $x = -1$, $y = 4$ を $y = ax + b$ に代入して、 $4 = -a + b \cdots \textcircled{1}$ が成り立つ。また、点

(1, -2)についても同様にして、 $-2 = a + b \cdots \textcircled{2}$

①, ②の連立方程式を加減法で解く。①+②より、 $2 = 2b$, $b = 1$

②に $b = 1$ を代入して、 $-2 = a + 1$, $a = -3$

$\therefore$ 求める直線の式は、 $y = -3x + 1$

(別解) 2 点(-1, 4), (1, -2)を通るので(傾き) $= \frac{-2-4}{1-(-1)} = \frac{-6}{2} = -3$

したがってこの直線の式は $y = -3x + b$ とおくことができる。(-1, 4)を通るので、 $x = -1$, $y = 4$ を代入して、 $4 = -3 \times (-1) + b$, $4 = 3 + b$, $b = 1$

よって、求める式は $y = -3x + 1$

[問題 2]

次の条件を満たす一次関数、または、直線の式を求めなさい。

- (1) 点(1, 6)を通り、傾き 4 の直線。
 (2) (1, 7), (3, 13)を通る直線。
 (3) グラフが $y = -2x - 3$ に平行で、 $y = x + 6$ のグラフと y 軸上で交わる。

[解答欄]

(1) $y = 4x + 2$	(2) $y = 3x + 4$	(3) $y = -2x + 6$
------------------	------------------	-------------------

[解説]

一次関数 $y = ax + b$ で a は傾き、 b は切片(直線が y 軸と交わる点の y 座標)を表す。

(1) 求める直線の式を $y = ax + b$ とおく。

傾きが 4 なので、 $a = 4$ よって $y = 4x + b$ とおく。点(1, 6)を通るので、 $x = 1$, $y = 6$ をこの式に代入して、 $6 = 4 \times 1 + b$, $b = 2$

ゆえに求める直線の式は $y = 4x + 2$

(2) 求める直線の式を $y = ax + b$ とおく。

(1, 7)を通るので, $x = 1, y = 7$ を代入して, $7 = a \times 1 + b, a + b = 7 \cdots \textcircled{1}$

(3, 13)を通るので, $x = 3, y = 13$ を代入して, $13 = a \times 3 + b, 3a + b = 13 \cdots \textcircled{2}$

①, ②を連立方程式として加減法で解く。

②-①より, $2a = 6, a = 3$

$a = 3$ を①に代入すると, $3 + b = 7, b = 4$

$a = 3, b = 4$ なので求める直線の式は, $y = 3x + 4$

(別解) (1, 7), (3, 13)を通る直線の傾きは, $\frac{13-7}{3-1} = \frac{6}{2} = 3$

よって求める直線の式を $y = 3x + b$ とおく。

(1, 7)を通るので $x = 1, y = 7$ を $y = 3x + b$ に代入すると, $7 = 3 \times 1 + b, b = 4$

ゆえに求める直線の式は, $y = 3x + 4$

(3) 2つの直線が平行であるとき, 傾きが等しい。よって求める直線の傾きは-2

また, 2つの直線が y 軸上で交わる時切片が等しい。よって, 求める直線の切片は6

以上より求める直線の式は $y = -2x + 6$

[問題 3]

次の条件をみたす一次関数を求めなさい。

(1) グラフが点(2, 7)を通り, 傾きが4の直線である。

(2) $x = 1$ のとき $y = 2$, $x = -3$ のとき $y = -10$ である。

[解答欄]

(1) $y = 4x - 1$	(2) $y = 3x - 1$
------------------	------------------

[解説]

一次関数 $y = ax + b$ で a は傾き, b は切片(直線が y 軸と交わる点の y 座標)を表す。

(1) 傾きが4なので, $y = 4x + b$ とおく。

点(2, 7)を通るので, $x = 2, y = 7$ を $y = 4x + b$ に代入して,

$7 = 4 \times 2 + b, 7 = 8 + b, b = -1$

よって, 求める直線の式は, $y = 4x - 1$

(2) 求める直線の式を $y = ax + b$ とおく。

$x = 1, y = 2$ を $y = ax + b$ に代入して, $2 = a \times 1 + b, a + b = 2 \cdots \textcircled{1}$

$x = -3, y = -10$ を $y = ax + b$ に代入して, $-10 = a \times (-3) + b, -3a + b = -10 \cdots \textcircled{2}$

①, ②を連立方程式として加減法で解く。 b を消去するために①-②

$$a + b = 2$$

$$\begin{array}{r} -) -3a + b = -10 \\ \hline 4a = 12, a = 3 \end{array}$$

$$4a = 12$$

$a = 3$ を①に代入すると, $3 + b = 2, b = -1$

よって, 求める直線の式は, $y = 3x - 1$

(別解)

$x=1$ のとき $y=2$, $x=-3$ のとき $y=-10$ であるので, (傾き) $= \frac{2-(-10)}{1-(-3)} = \frac{12}{4} = 3$

求める直線の式を $y=3x+b$ とおく。

$x=1, y=2$ を $y=3x+b$ に代入すると, $2=3 \times 1+b, 2=3+b, b=-1$

よって, 求める直線の式は $y=3x-1$

[問題 4]

次の条件をみたす一次関数の直線の式を求めなさい。

(1) $x=2$ のとき $y=4$ で, 変化の割合が 3 の直線。

(2) 点 $(2, 3)$ を通り, 傾きが $-\frac{1}{2}$ の直線。

(3) 切片が -5 で, 点 $(6, 1)$ を通る直線。

(4) 2 点 $(-1, 3), (1, -1)$ を通る直線。

[解答欄]

(1) $y=3x-2$	(2) $y=-\frac{1}{2}x+4$	(3) $y=x-5$
(4) $y=-2x+1$		

[解説]

一次関数 $y=ax+b$ で a は傾き, b は切片(直線が y 軸と交わる点の y 座標)を表す。

(1) 求める直線の式を $y=ax+b$ とおく。

直線では, (傾き)=(変化の割合)なので, 傾き $a=3$

よって $y=3x+b$ とおくことができる。

この式に $x=2, y=4$ を代入して, $4=3 \times 2+b, 4=6+b, b=-2$

ゆえに, 求める直線の式は, $y=3x-2$

(2) 求める直線の式を $y=ax+b$ とおく。

傾きが $a=-\frac{1}{2}$ なので, $y=-\frac{1}{2}x+b$ とおくことができる。

点 $(2, 3)$ を通るので, $x=2, y=3$ を $y=-\frac{1}{2}x+b$ に代入して,

$$3 = -\frac{1}{2} \times 2 + b, 3 = -1 + b, b = 4$$

ゆえに, 求める直線の式は, $y=-\frac{1}{2}x+4$

(3) 求める直線の式を $y=ax+b$ とおく。 b は切片なので, $b=-5$

よって $y=ax-5$ とおくことができる。

点 $(6, 1)$ を通るので, $x=6, y=1$ を $y=ax-5$ に代入して,

$$1 = a \times 6 - 5, 1 = 6a - 5, 6a = 6, a = 1$$

よって, 求める直線の式は, $y=x-5$

(4) 求める直線の式を $y=ax+b$ とおく。

点 $(-1, 3)$ を通るので, $x = -1, y = 3$ を代入して,

$$3 = a \times (-1) + b, -a + b = 3 \cdots \textcircled{1}$$

点 $(1, -1)$ を通るので, $x = 1, y = -1$ を代入して,

$$-1 = a \times 1 + b, a + b = -1 \cdots \textcircled{2}$$

①, ②を連立方程式として加減法で解く。

b を消去するために①-②

$$-a + b = 3$$

$$-) \quad a + b = -1 \quad -2a = 4, a = -2$$

$$-2a = 4$$

$$a = -2 \text{を}\textcircled{1}\text{に代入して, } -(-2) + b = 3, 2 + b = 3, b = 1$$

よって, 求める直線の式は $y = -2x + 1$

[問題 5]

次の問いに答えよ。

(1) 変化の割合が3で, $x = 0$ のとき $y = -5$ である1次関数を求めよ。

(2) 直線 $y = 3x + 5$ に平行で, 点 $(1, 5)$ を通る直線の式を求めよ。

(3) 2点 $(2, 3), (5, 9)$ を通る直線の式を求めよ。

[解答欄]

(1) $y = 3x - 5$	(2) $y = 3x + 2$	(3) $y = 2x - 1$
------------------	------------------	------------------

[解説]

一次関数 $y = ax + b$ で a は傾き(同時に変化の割合), b は切片(直線が y 軸と交わる点の y 座標)を表す。

(1) 変化の割合が3なので $a = 3$ よって $y = 3x + b$ とおくことができる。

この式に $x = 0, y = -5$ を代入すると, $-5 = 3 \times 0 + b, b = -5$

よって, 求める式は $y = 3x - 5$

(2) 2直線が平行であるとき, 2直線の傾きは等しい。 $y = 3x + 5$ に平行なので

傾き $a = 3$ よって $y = 3x + b$ とおくことができる。

点 $(1, 5)$ を通るので, $x = 1, y = 5$ を $y = 3x + b$ に代入すると, $5 = 3 \times 1 + b, b = 2$

よって, 求める式は $y = 3x + 2$

(3) 点 $(2, 3)$ を通るので, $x = 2, y = 3$ を $y = ax + b$ に代入して, $3 = 2a + b \cdots \textcircled{1}$

また, 点 $(5, 9)$ を通るので, $x = 5, y = 9$ を $y = ax + b$ に代入して,

$$9 = 5a + b \cdots \textcircled{2}$$

①, ②の連立方程式を加減法で解く。②-①より, $6 = 3a, a = 2$

$a = 2$ を①に代入すると, $3 = 4 + b, b = -1$ よって, 求める式は $y = 2x - 1$

[問題 6]

次の直線の式を求めなさい。

- (1) 傾きが 3 で、点(0, 2)を通る直線
- (2) 傾きが-2 で、点(1, 2)を通る直線
- (3) 直線 $y = \frac{1}{2}x + 3$ と平行で、点(-4, -3)を通る直線
- (4) 2 点(1, 2), (5, -6)を通る直線
- (5) 2 点(7, 0), (7, -4)を通る直線

[解答欄]

(1) $y = 3x + 2$	(2) $y = -2x + 4$	(3) $y = \frac{1}{2}x - 1$
(4) $y = -2x + 4$	(5) $x = 7$	

[解説]

一次関数 $y = ax + b$ で a は傾き、 b は切片(直線が y 軸と交わる点の y 座標)を表す。

(1) 求める直線の式を $y = ax + b$ とおく。

傾きが 3 なので $a = 3$ で、直線の式は $y = 3x + b$ と表すことができる。

点(0, 2)を通るので $x = 0$, $y = 2$ を $y = 3x + b$ に代入して、

$$2 = 3 \times 0 + b, b = 2$$

よって、求める直線の式は $y = 3x + 2$

(別解)

点(0, 2)を通るので切片は 2, また傾きが 3 なので、求める直線の式は、 $y = 3x + 2$

(2) 求める直線の式を $y = ax + b$ とおく。

傾きが-2 なので $a = -2$ で、直線の式は $y = -2x + b$ と表すことができる。

点(1, 2)を通るので、 $x = 1$, $y = 2$ を $y = -2x + b$ に代入して、

$$2 = -2 \times 1 + b, 2 = -2 + b, b = 4$$

よって、求める直線の式は $y = -2x + 4$

(3) 求める直線の式を $y = ax + b$ とおく。

2 つの直線が平行であるとき、傾きが等しい。よって求める直線の傾き a は $\frac{1}{2}$ で、

直線の式は $y = \frac{1}{2}x + b$ とおくことができる。

点(-4, -3)を通るので $x = -4$, $y = -3$ を $y = \frac{1}{2}x + b$ に代入して、

$$-3 = \frac{1}{2} \times (-4) + b, -3 = -2 + b, b = -1$$

よって、求める直線の式は $y = \frac{1}{2}x - 1$

(4) 求める直線の式を $y = ax + b$ とおく。

点(1, 2)を通るので、 $x = 1$, $y = 2$ を代入して、 $2 = a \times 1 + b$, $a + b = 2 \cdots \textcircled{1}$

点(5, -6)を通るので、 $x = 5$, $y = -6$ を代入して、 $-6 = a \times 5 + b$, $5a + b = -6 \cdots \textcircled{2}$

①, ②を連立方程式として加減法で解く。 b を消去するために①-②

$$a + b = 2$$

$$-) \underline{5a + b = -6} \quad a = 8 \div (-4) = -2$$

$$-4a = 8$$

$a = -2$ を①に代入すると、 $-2 + b = 2$, $b = 4$

よって、求める直線の式は $y = -2x + 4$

(5) 2点(7, 0), (7, -4)の x 座標が等しいことからこの直線は y 軸に平行であることがわかる。 y 軸に平行な直線は $x = \sim$ の形で表す。この直線上では x の値はつねに7なので、式は $x = 7$ となる。

(注)

y 軸に平行な直線は $y = ax + b$ の形で表すことはできない。

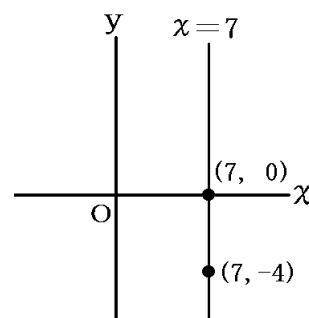
したがって、 $y = ax + b$ において2点を代入して連立方程式で求めようとしても、次のように途中でひっかかってしまう。

$y = ax + b$ において、(7, 0)を代入すると、 $0 = 7a + b \cdots \textcircled{1}$

(7, -4)を代入すると、 $-4 = 7a + b \cdots \textcircled{2}$

①-②で、 $4 = 0$ となり矛盾が生じてしまう。この矛盾は、本来 $y = ax + b$ の形で表すことができないものを無理やり $y = ax + b$ とおいたために生じたものである。

2点の座標が与えられている問題で、2点の x 座標が等しい場合は、 $x = \sim$ で答える。



[問題 7]

次の条件をみたす1次関数の直線の式を求めなさい。

(1) $y = 2x - 1$ に平行で、点(5, 3)を通る直線。

(2) 2点(4, 2), (0, -2)を通る直線。

(3) 2点(-3, 4), (1, 2)を通る直線。

[解答欄]

(1) $y = 2x - 7$	(2) $y = x - 2$	(3) $y = -\frac{1}{2}x + \frac{5}{2}$
------------------	-----------------	---------------------------------------

[解説]

一次関数 $y = ax + b$ で a は傾き、 b は切片(直線が y 軸と交わる点の y 座標)を表す。

(1) 2つの直線が平行であるとき、傾きが等しい。よって求める直線の傾きは2で、直線の式は $y = 2x + b \cdots \textcircled{1}$ とおくことができる。

点(5, 3)を通るので $x = 5$, $y = 3$ を①に代入して、 $3 = 2 \times 5 + b$, $3 = 10 + b$, $b = -7$

よって、求める直線の式は $y = 2x - 7$

(2) 求める直線の式を $y = ax + b$ とおく。

点(4, 2)を通るので、 $x = 4$, $y = 2$ を代入して、 $2 = a \times 4 + b$, $4a + b = 2 \cdots \textcircled{1}$

点(0, -2)を通るので、 $x = 0$, $y = -2$ を代入して、 $-2 = a \times 0 + b$, $b = -2 \cdots \textcircled{2}$

$b = -2$ を①に代入すると、 $4a - 2 = 2$, $4a = 4$, $a = 1$

よって、求める直線の式は $y = x - 2$

(別解)

点(0, -2)を通るので切片は-2 よって $y = ax - 2$ とおく。

点(4, 2)を通るので、 $x = 4$, $y = 2$ を $y = ax - 2$ に代入して、 $2 = a \times 4 - 2$, $4 = 4a$, $a = 1$

よって、求める直線の式は $y = x - 2$

(3) 求める直線の式を $y = ax + b$ とおく。

点 $(-3, 4)$ を通るので、 $x = -3, y = 4$ を代入して、 $4 = a \times (-3) + b, -3a + b = 4 \cdots \textcircled{1}$

点 $(1, 2)$ を通るので、 $x = 1, y = 2$ を代入して、 $2 = a \times 1 + b, a + b = 2 \cdots \textcircled{2}$

①、②を連立方程式として加減法で解く。 b を消去するために①-②

$$\begin{array}{r} -3a + b = 4 \\ -) \quad a + b = 2 \\ \hline -4a = 2 \end{array} \quad -4a = 2, \quad a = -\frac{2}{4} = -\frac{1}{2}$$

$$a = -\frac{1}{2} \text{ を } \textcircled{2} \text{ に代入すると, } -\frac{1}{2} + b = 2, \quad b = 2 + \frac{1}{2}, \quad b = \frac{5}{2}$$

よって、求める直線の式は $y = -\frac{1}{2}x + \frac{5}{2}$

[問題 8]

次の条件をみたす一次関数を求めよ。

- (1) 変化の割合が -2 で、 $x = 0$ のとき $y = 3$ である。
- (2) グラフの切片が 7 で、傾きが -1 の直線である。
- (3) グラフが直線 $y = 2x + 1$ に平行で、点 $(3, 1)$ を通る直線である。
- (4) グラフが 2 点 $(-3, 2), (2, -3)$ を通る直線である。

[解答欄]

(1) $y = -2x + 3$	(2) $y = -x + 7$	(3) $y = 2x - 5$
(4) $y = -x - 1$		

[解説]

一次関数 $y = ax + b$ で a は傾き、 b は切片(直線が y 軸と交わる点の y 座標)を表す。

(1) 一次関数では(傾き)=(変化の割合)なので、この直線の傾きは -2 になる。

よって、 $y = -2x + b$ とおくことができる。この式に $x = 0, y = 3$ を代入すると、

$$3 = -2 \times 0 + b, \quad b = 3 \quad \text{ゆえに求める直線の式は } y = -2x + 3$$

(別解)

一次関数では(傾き)=(変化の割合)なので、この直線の傾きは -2 になる。

$x = 0$ のとき $y = 3$ であるので、切片は 3

ゆえに求める直線の式は $y = -2x + 3$

(3) 2 つの直線が平行であるとき、傾きが等しい。よって求める直線の傾きは 2 で、直線の式は $y = 2x + b \cdots \textcircled{1}$ とおくことができる。

点 $(3, 1)$ を通るので、 $x = 3, y = 1$ を代入して、

$$1 = 2 \times 3 + b, \quad 1 = 6 + b, \quad b = -5$$

よって、求める直線の式は $y = 2x - 5$

(4) 求める直線の式を $y = ax + b$ とおく。

点 $(-3, 2)$ を通るので、 $x = -3, y = 2$ を代入して、 $2 = a \times (-3) + b, -3a + b = 2 \cdots \textcircled{1}$

点 $(2, -3)$ を通るので、 $x = 2, y = -3$ を代入して、 $-3 = a \times 2 + b, 2a + b = -3 \cdots \textcircled{2}$

①、②を連立方程式として加減法で解く。 b を消去するために①-②

$$-3a + b = 2$$

$$-) \quad \underline{2a + b = -3} \quad -5a = 5, \quad a = -1$$

$$-5a = 5$$

$$a = -1 \text{を②に代入すると, } 2 \times (-1) + b = -3, \quad -2 + b = -3, \quad b = -1$$

よって, 求める直線の式は $y = -x - 1$