

第 9 章	数学(2 年)	名前:	日 付	No.02
	一次関数 3			

[問題 1]

次の直線の式を求めよ。

- (1) 傾きが $\frac{4}{3}$ で、点(3, 7)を通る直線
 (2) 2 点(-2, 3), (1, 9)を通る直線
 (3) 直線 $y = -3x - 4$ に平行で、点(-3, -4)を通る直線

[解答欄]

(1) $y = \frac{4}{3}x + 3$	(2) $y = 2x + 7$	(3) $y = -3x - 13$
----------------------------	------------------	--------------------

[解説]

一次関数 $y = ax + b$ で a は傾き, b は切片(直線が y 軸と交わる点の y 座標)を表す。

- (1) 傾きが $\frac{4}{3}$ なので, $y = \frac{4}{3}x + b$ とおくことができる。

点(3, 7)を通るので $x = 3$, $y = 7$ を代入して, $7 = \frac{4}{3} \times 3 + b$, $7 = 4 + b$, $b = 3$

よって, 求める直線の式は $y = \frac{4}{3}x + 3$

- (2) 求める直線の式を $y = ax + b$ とおく。

点(-2, 3)を通るので, $x = -2$, $y = 3$ を代入して,

$$3 = a \times (-2) + b, -2a + b = 3 \cdots \textcircled{1}$$

点(1, 9)を通るので, $x = 1$, $y = 9$ を代入して, $9 = a \times 1 + b$, $a + b = 9 \cdots \textcircled{2}$

①, ②を連立方程式として加減法で解く。 b を消去するために①-②

$$-2a + b = 3$$

$$-) \quad a + b = 9 \quad -3a = -6, a = 2$$

$$-3a = -6$$

$a = 2$ を②に代入すると, $2 + b = 9$, $b = 7$

よって, 求める直線の式は $y = 2x + 7$

- (3) 2 つの直線が平行であるとき, 傾きが等しい。よって求める直線の傾きは -3 で, 直線の式は $y = -3x + b \cdots \textcircled{1}$ とおくことができる。

点(-3, -4)を通るので $x = -3$, $y = -4$ を代入して,

$$-4 = -3 \times (-3) + b, -4 = 9 + b, b = -13$$

よって, 求める直線の式は $y = -3x - 13$

[問題 2]

次の(1)～(3)の直線の式を求めなさい。

- (1) 傾きが $\frac{2}{5}$ で、点(5, 1)を通る直線
 (2) 2点(3, 4), (6, 1)を通る直線
 (3) 変化の割合が -3 で、点(1, 2)を通る直線

[解答欄]

(1) $y = \frac{2}{5}x - 1$	(2) $y = -x + 7$	(3) $y = -3x + 5$
----------------------------	------------------	-------------------

[解説]

一次関数 $y = ax + b$ で a は傾き, b は切片(直線が y 軸と交わる点の y 座標)を表す。

- (1) 傾きが $\frac{2}{5}$ なので、直線の式は $y = \frac{2}{5}x + b$ とおくことができる。

点(5, 1)を通るので、 $x = 5$, $y = 1$ を $y = \frac{2}{5}x + b$ に代入して、

$$1 = \frac{2}{5} \times 5 + b, 1 = 2 + b, b = -1 \quad \text{よって、求める直線の式は } y = \frac{2}{5}x - 1$$

- (2) 求める直線の式を $y = ax + b$ とおく。

点(3, 4)を通るので、 $x = 3$, $y = 4$ を代入して、 $4 = a \times 3 + b$, $3a + b = 4 \cdots \textcircled{1}$

点(6, 1)を通るので、 $x = 6$, $y = 1$ を代入して、 $1 = a \times 6 + b$, $6a + b = 1 \cdots \textcircled{2}$

①, ②を連立方程式として加減法で解く。 b を消去するために① $-$ ②

$$3a + b = 4$$

$$-) \quad 6a + b = 1 \quad -3a = 3, a = -1$$

$$-3a = 3$$

$$a = -1 \text{ を } \textcircled{1} \text{ に代入して, } 3 \times (-1) + b = 4, -3 + b = 4, b = 7$$

よって、求める直線の式は $y = -x + 7$

- (3) 一次関数では(傾き)=(変化の割合)なので、傾きは -3

よって求める直線の式は $y = -3x + b$ とおくことができる。

点(1, 2)を通るので、 $x = 1$, $y = 2$ を $y = -3x + b$ に代入して、

$$2 = -3 \times 1 + b, 2 = -3 + b, b = 5 \quad \text{ゆえに、求める直線の式は } y = -3x + 5$$

[問題 3]

次の条件をみたす 1 次関数または、直線の式を求めなさい。

- (1) 変化の割合が 3 で、 $x=1$ のとき $y=4$ である。
- (2) グラフが点(2, 0)を通り、直線 $y=2x+5$ に平行である。
- (3) グラフが 2 点(2, -1), (-4, 5)を通る。
- (4) x の値が 3 増えると、 y の値は 2 減り、グラフは直線 $y=2x+4$ と y 軸上で交わる。

[解答欄]

(1) $y=3x+1$	(2) $y=2x-4$	(3) $y=-x+1$
(4) $y=-\frac{2}{3}x+4$		

[解説]一次関数 $y=ax+b$ で a は傾き、 b は切片(直線が y 軸と交わる点の y 座標)を表す。また、 a は変化の割合も表している。

(1) 変化の割合が 3 なので $a=3$ よって $y=3x+b$ とおくことができる。

$x=1$ のとき $y=4$ であるので、これらを $y=3x+b$ に代入すると、

$4=3 \times 1 + b$, $b=4-3$, $b=1$ よって、求める式は $y=3x+1$

(2) 2 直線が平行であるとき $y=ax+b$ の傾き a は等しい。直線 $y=2x+5$ に平行なので、傾き a は 2 である。よって、 $y=2x+b$ とおくことができる。

グラフが点(2, 0)を通るので、 $x=2$ のとき $y=0$ これらを $y=2x+b$ に代入すると、

$0=2 \times 2 + b$, $b=-4$ よって、求める式は $y=2x-4$

(3) $y=ax+b$ が 2 点(2, -1), (-4, 5)を通るので、

$x=2$, $y=-1$ を代入して、 $-1=a \times 2 + b$, $2a+b=-1 \cdots \textcircled{1}$

$x=-4$, $y=5$ を代入して、 $5=a \times (-4) + b$, $-4a+b=5 \cdots \textcircled{2}$

$\textcircled{1}-\textcircled{2}$ より、 $6a=-6$, $a=-1$ $a=-1$ を $\textcircled{1}$ に代入すると、

$2 \times (-1) + b = -1$, $-2 + b = -1$, $b=1$ よって、求める式は $y=-x+1$

(4) x の値が 3 増えると、 y の値は 2 減るので、傾きは $a = \frac{-2}{3} = -\frac{2}{3}$

このグラフは直線 $y=2x+4$ と y 軸上で交わるので切片は $b=4$

よって、求める式は $y=-\frac{2}{3}x+4$

[問題 4]

次の直線の式を求めなさい。

(1) $y = -3x + 7$ に平行で、点(5, 0)を通る直線

(2) x 軸との交点が(2, 0), y 軸との交点が(0, 5)である直線

[解答欄]

(1) $y = -3x + 15$	(2) $y = -\frac{5}{2}x + 5$
--------------------	-----------------------------

[解説]

一次関数 $y = ax + b$ で a は傾き, b は切片(直線が y 軸と交わる点の y 座標)を表す。

(1) 2 つの直線が平行であるとき, 傾きが等しい。よって求める直線の傾きは -3 で, 直線の式は $y = -3x + b \cdots \textcircled{1}$ とおくことができる。

点(5, 0)を通るので, $x = 5, y = 0$ を $\textcircled{1}$ に代入して, $0 = -3 \times 5 + b, b = 15$

よって, 求める直線の式は $y = -3x + 15$

(2) 求める直線の式を $y = ax + b$ とおく。

点(2, 0)を通るので, $x = 2, y = 0$ を代入して, $0 = a \times 2 + b, 2a + b = 0 \cdots \textcircled{1}$

点(0, 5)を通るので, $x = 0, y = 5$ を代入して, $5 = a \times 0 + b, b = 5 \cdots \textcircled{2}$

$\textcircled{2}$ を $\textcircled{1}$ に代入すると, $2a + 5 = 0, 2a = -5, a = -\frac{5}{2}$

よって, 求める直線の式は $y = -\frac{5}{2}x + 5$

(別解)

y 軸との交点が(0, 5)なので切片は 5

したがって直線の式は $y = ax + 5$ とおくことができる。

点(2, 0)を通るので, $x = 2, y = 0$ を $y = ax + 5$ に代入して,

$$0 = a \times 2 + 5, 2a = -5, a = -\frac{5}{2}$$

よって, 求める直線の式は $y = -\frac{5}{2}x + 5$

【問題 5】

グラフが次のようになる直線の式をそれぞれ求めよ。

- (1) 傾きが 4, 切片が -2 の直線
- (2) 傾きが -2 で, $(0, 3)$ を通る直線
- (3) 切片が 4 で $(-4, -2)$ を通る直線
- (4) 2 点 $(-5, 0)$, $(0, 3)$ を通る直線
- (5) 2 点 $(4, 13)$, $(-2, -11)$ を通る直線
- (6) 2 点 $(3, -2)$, $(-3, -2)$ を通る直線

【解答欄】

(1) $y = 4x - 2$	(2) $y = -2x + 3$	(3) $y = \frac{3}{2}x + 4$
(4) $y = \frac{3}{5}x + 3$	(5) $y = 4x - 3$	(6) $y = -2$

【解説】

一次関数 $y = ax + b$ で a は傾き, b は切片(直線が y 軸と交わる点の y 座標)を表す。

(2) 傾きが -2 なので, 直線の式は $y = -2x + b$ とおくことができる。

$(0, 3)$ を通るので, $x = 0$, $y = 3$ を代入して, $3 = -2 \times 0 + b$, $b = 3$

よって, 求める直線の式は $y = -2x + 3$

(別解)

$(0, 3)$ を通るので切片は 3, 傾きが -2 なので, 求める直線の式は $y = -2x + 3$

(3) 切片が 4 なので直線の式は $y = ax + 4$ とおくことができる。

$(-4, -2)$ を通るので, $x = -4$, $y = -2$ を $y = ax + 4$ に代入して,

$$-2 = a \times (-4) + 4, \quad -4a = -6, \quad a = \frac{3}{2} \quad \text{よって求める直線の式は } y = \frac{3}{2}x + 4$$

(4) 求める直線の式を $y = ax + b$ とおく。

点 $(-5, 0)$ を通るので, $x = -5$, $y = 0$ を代入して,

$$0 = a \times (-5) + b, \quad -5a + b = 0 \cdots \textcircled{1}$$

点 $(0, 3)$ を通るので, $x = 0$, $y = 3$ を代入して, $3 = a \times 0 + b$, $b = 3 \cdots \textcircled{2}$

$\textcircled{2}$ を $\textcircled{1}$ に代入すると, $-5a + 3 = 0$, $5a = 3$, $a = \frac{3}{5}$ よって, 直線の式は $y = \frac{3}{5}x + 3$

(別解)

点 $(0, 3)$ を通るので, 切片は 3 よって求める直線の式は $y = ax + 3$ とおくことができる。

$(-5, 0)$ を通るので, $x = -5$, $y = 0$ を $y = ax + 3$ に代入して, $0 = -5a + 3$, $a = \frac{3}{5}$

よって, 求める直線の式は $y = \frac{3}{5}x + 3$

(5) 求める直線の式を $y = ax + b$ とおく。

点 $(4, 13)$ を通るので $x = 4$, $y = 13$ を代入して, $13 = a \times 4 + b$, $4a + b = 13 \cdots \textcircled{1}$

点 $(-2, -11)$ を通るので, $x = -2$, $y = -11$ を代入して,

$$-11 = a \times (-2) + b, \quad -2a + b = -11 \cdots \textcircled{2}$$

$\textcircled{1}$, $\textcircled{2}$ を連立方程式として加減法で解く。 b を消去するために $\textcircled{1} - \textcircled{2}$

$$4a + b = 13$$

$$-) - 2a + b = -11 \quad 6a = 24, a = 4$$

$$6a = 24$$

$a = 4$ を②に代入すると, $-2 \times 4 + b = -11$, $-8 + b = -11$, $b = -3$

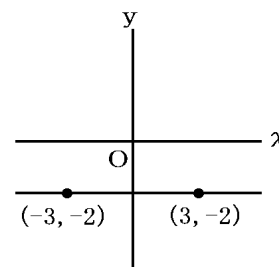
よって, 求める直線の式は $y = 4x - 3$

(6) 2点の y 座標が等しいので, この直線は x 軸に平行で, 直線上では y の値はつねに -2

よって求める直線の式は $y = -2$

(注) 2点の y 座標が等しい場合, 直線の式は $y = \sim$

2点の x 座標が等しい場合, 直線の式は $x = \sim$



[問題 6]

次の条件を満たす直線の式を求めなさい。

- (1) 傾きが -4 で, 点 $(-2, 8)$ を通る直線
- (2) 直線 $y = -2x + 4$ に平行で点 $(-3, 5)$ を通る直線
- (3) 2点 $(5, 2)$, $(3, 6)$ を通る直線
- (4) 2点 $(4, -2)$, $(0, -2)$ を通る直線

[解答欄]

(1) $y = -4x$	(2) $y = -2x - 1$	(3) $y = -2x + 12$
(4) $y = -2$		

[解説]

一次関数 $y = ax + b$ で a は傾き, b は切片(直線が y 軸と交わる点の y 座標)を表す。

(1) 傾きが -4 なので, $y = -4x + b$ とおくことができる。点 $(-2, 8)$ を通るので, $y = -4x + b$ に $x = -2$, $y = 8$ を代入すると, $8 = -4 \times (-2) + b$, $8 = 8 + b$, $b = 0$

よって, $y = -4x$

(2) 2直線が平行であるとき $y = ax + b$ の傾き a は等しい。したがって, 求める直線の傾きは $a = -2$ で $y = -2x + b$ とおくことができる。点 $(-3, 5)$ を通るので, $y = -2x + b$ に $x = -3$, $y = 5$ を代入して, $5 = -2 \times (-3) + b$, $5 = 6 + b$, $b = -1$

よって, $y = -2x - 1$

(3) $y = ax + b$ が 2点 $(5, 2)$, $(3, 6)$ を通るので,

$$x = 5, y = 2 \text{ を代入して, } 2 = a \times 5 + b, 5a + b = 2 \cdots \textcircled{1}$$

$$x = 3, y = 6 \text{ を代入して, } 6 = a \times 3 + b, 3a + b = 6 \cdots \textcircled{2}$$

① $-$ ② より $2a = -4$, $a = -2$ これを①に代入すると, $5 \times (-2) + b = 2$, $-10 + b = 2$
 $b = 12$ よって $y = -2x + 12$

(4) 2点 $(4, -2)$, $(0, -2)$ の y 座標がともに -2 なので, この直線は x 軸に平行で, 求める式は $y = -2$

【問題 7】

次の条件をみたす 1 次関数の式を求めなさい。

- (1) 変化の割合が -3 で, $x=2$ のとき $y=4$ である。
- (2) 定数の部分が 6 で, $x=-8$ のとき $y=-2$ である。
- (3) x と y の関係が下の表のようになっているとき。

x	$\cdots -4$	-2	0	2	4	$6 \cdots$
y	$\cdots 15$	11	7	3	-1	$-5 \cdots$

- (4) x の増加量が 4 のとき y の増加量は -3 , $x=8$ のとき $y=5$ である。
- (5) $x=2$ のとき $y=-4$, $x=-2$ のとき $y=8$ である。

【解答欄】

(1) $y = -3x + 10$	(2) $y = x + 6$	(3) $y = -2x + 7$
(4) $y = -\frac{3}{4}x + 11$	(5) $y = -3x + 2$	

【解説】

一次関数 $y = ax + b$ で a は傾き, b は切片(直線が y 軸と交わる点の y 座標)を表す。

- (1) 一次関数では(傾き)=(変化の割合)なので, 傾きは -3

ゆえに, 直線の式は $y = -3x + b$ とおくことができる。

$$x=2, y=4 \text{ を } y = -3x + b \text{ に代入すると, } 4 = -3 \times 2 + b, 4 = -6 + b, b = 10$$

よって, 求める直線の式は $y = -3x + 10$

- (2) 定数の部分が 6 なので, $y = ax + 6$ とおくことができる。

$$x=-8, y=-2 \text{ を } y = ax + 6 \text{ に代入すると,}$$

$$-2 = a \times (-8) + 6, -2 = -8a + 6, -8a = -8, a = 1$$

よって, 求める直線の式は $y = x + 6$

- (3) 表より, $x=0$ のとき $y=7$ なので切片は 7

表より, x が 0 から 2 まで $+2$ 変化するとき, y は 7 から 3 と $3-7=-4$ と変化する。

$$\text{ゆえに(傾き)=(変化の割合)} = \frac{(y \text{ の増加量})}{(x \text{ の増加量})} = \frac{-4}{2} = -2$$

よって, 求める直線の式は $y = -2x + 7$

- (4) x の増加量が 4 のとき y の増加量が -3 なので,

$$(\text{傾き}) = (\text{変化の割合}) = \frac{(y \text{ の増加量})}{(x \text{ の増加量})} = \frac{-3}{4} = -\frac{3}{4}$$

ゆえに, 求める直線の式は $y = -\frac{3}{4}x + b$ とおくことができる。

$$\text{この式に } x=8, y=5 \text{ を代入すると, } 5 = -\frac{3}{4} \times 8 + b, 5 = -6 + b, b = 11$$

よって, 求める直線の式は $y = -\frac{3}{4}x + 11$

- (5) 求める直線の式を $y = ax + b$ とおく。

$$x=2, y=-4 \text{ を代入すると, } -4 = a \times 2 + b, 2a + b = -4 \cdots \textcircled{1}$$

$$x=-2, y=8 \text{ を代入すると, } 8 = a \times (-2) + b, -2a + b = 8 \cdots \textcircled{2}$$

①, ②を連立方程式として加減法で解く。 b を消去するために①-②

$$2a + b = -4$$

$$-) - 2a + b = 8 \quad 4a = -12, \quad a = -3$$

$$4a = -12$$

$$a = -3 \text{ を①に代入すると, } 2 \times (-3) + b = -4, \quad -6 + b = -4, \quad b = 2$$

よって, 求める直線の式は $y = -3x + 2$