

第 10 章	数学(3 年)	名前:	日 付	No.03
	三角形の相似			

[問題 1]

図の三角形において、DE の長さを求めなさい。

[解答欄]

6cm

[解説]

$\triangle ADE$ と $\triangle ACB$ において、

$$AD : AC = 4 : 8 = 1 : 2$$

$$AE : AB = 5 : 10 = 1 : 2$$

$\angle A$ は共通

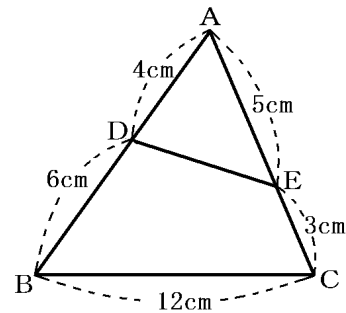
2 組の辺の比とそのはさむ角がそれぞれ等しいので、 $\triangle ADE \sim \triangle ACB$

相似比は $1 : 2$

$$\text{ゆえに } DE : CB = 1 : 2, \quad DE : 12 = 1 : 2$$

外項の積 $DE \times 2$ は、内項の積 12×1 に等しいので

$$2DE = 12 \quad \text{ゆえに } DE = 6\text{cm}$$



[問題 2]

下の図で x の値を求めなさい。

[解答欄]

$x = 12$

[解説]

$\triangle BED$ と $\triangle BCA$ において、

$$\angle B \text{ は共通, } BE : BC = 7 : 14 = 1 : 2, \quad BD : BA = 8 : 16 = 1 : 2$$

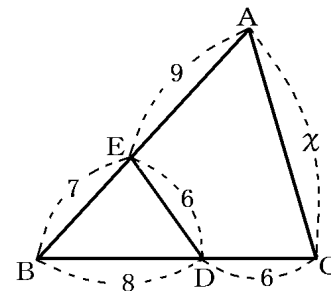
2 組の辺の比とそのはさむ角がそれぞれ等しいので、 $\triangle BED \sim \triangle BCA$

また、相似比は $1 : 2$

$$\text{ゆえに } DE : AC = 1 : 2, \quad 6 : x = 1 : 2$$

内項の積 $x \times 1$ は、外項の積 6×2 に等しいので

$$x = 6 \times 2 \quad \text{ゆえに } x = 12$$



[問題 3]

右の図で、 $AB=6\text{cm}$ 、 $BD=4\text{cm}$ 、 $DC=5\text{cm}$ 、 $AD=3\text{cm}$ のとき、 AC の長さを求めよ。

[解答欄]

$$AC = \frac{9}{2} \text{ cm}$$

[解説]

$\triangle ABC$ と $\triangle DBA$ において、

$$AB : DB = 6 : 4 = 3 : 2, \quad CB : AB = 9 : 6 = 3 : 2$$

$\angle B$ は共通

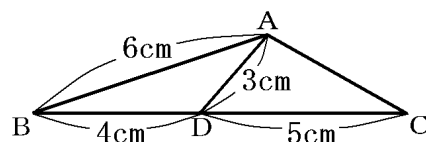
2組の辺の比とそのはさむ角がそれぞれ等しいので、

$\triangle ABC \sim \triangle DBA$ で、相似比は $3 : 2$

$$\text{ゆえに、} AC : DA = 3 : 2, \quad AC : 3 = 3 : 2$$

外項の積 $AC \times 2$ は、内項の積 3×3 に等しいので、

$$2AC = 3 \times 3, \quad \text{よって } AC = 3 \times 3 \div 2 = \frac{9}{2} \text{ cm}$$



[問題 4]

次の図において DA の長さを求めなさい。

[解答欄]

$$\frac{42}{5} \text{ cm}$$

[解説]

$\triangle BCD$ と $\triangle BAC$ において、 $\angle BCD = \angle BAC \cdots \textcircled{1}$

$\angle B$ は共通 $\cdots \textcircled{2}$

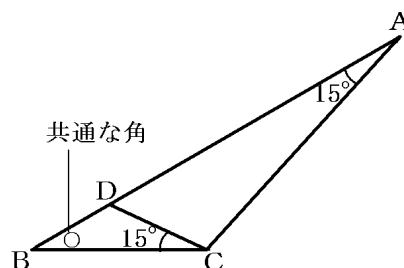
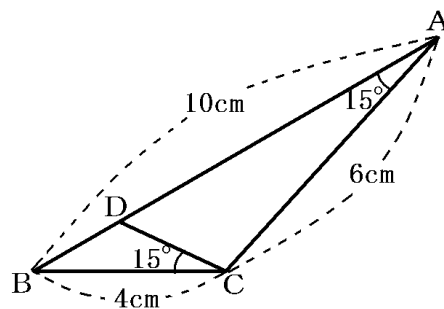
$\textcircled{1}$ 、 $\textcircled{2}$ より2組の角がそれぞれ等しいので、

$\triangle BCD \sim \triangle BAC$

$$BD : BC = BC : BA, \quad BD : 4 = 4 : 10, \quad BD : 4 = 2 : 5$$

外項の積 $BD \times 5$ は、内項の積 4×2 に等しいので

$$5BD = 8 \quad BD = 8 \div 5 = \frac{8}{5} \quad \text{ゆえに } DA = 10 - \frac{8}{5} = \frac{42}{5} \text{ cm}$$



[問題 5]

次の図形で、 x の値を求めなさい。

[解答欄]

$$x = \frac{28}{3}$$

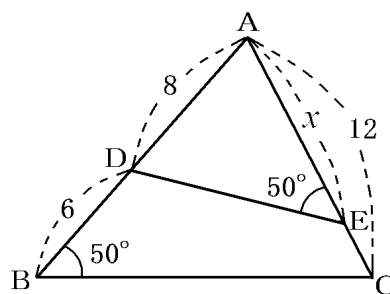
[解説]

$\triangle ADE$ と $\triangle ACB$ において

$\angle A$ は共通, $\angle AED = \angle ABC$ より 2 組の角がそれぞれ等しいので, $\triangle ADE \sim \triangle ACB$

ゆえに $AE : AB = AD : AC$, $x : 14 = 8 : 12$, 外項の積 $x \times 12$ は, 内項の積 14×8 と等しいので,

$$12x = 14 \times 8 \quad \text{ゆえに, } x = \frac{14 \times 8}{12} = \frac{28}{3}$$



[問題 6]

下の図で、 x の値を求めなさい。

[解答欄]

$$x = 8$$

[解説]

$\triangle ADC$ と $\triangle ACB$ において,

$\angle A$ は共通・・・①

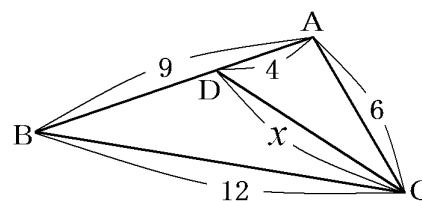
$AD : AC = 4 : 6 = 2 : 3$, $AC : AB = 6 : 9 = 2 : 3$ なので, $AD : AC = AC : AB$ ・・・②

①, ②より 2 組の辺の比とその間の角がそれぞれ等しいので,

$\triangle ADC \sim \triangle ACB$

相似比は $2 : 3$ なので, $x : 12 = 2 : 3$

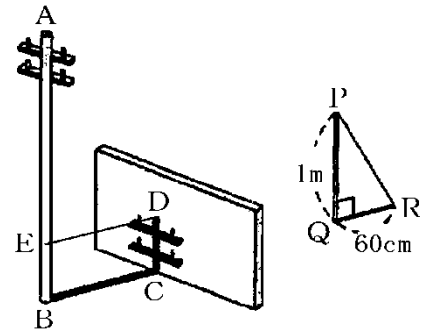
外項の積は内項の積に等しいので, $x \times 3 = 12 \times 2$, $x = 12 \times 2 \div 3 = 8$



[問題 7]

右の図のように、1m の棒の影の長さが 60cm である。

BC=4.8m, CD=1.5m のとき、この電柱の高さを求めなさい。



[解答欄]

9.5m

[解説]

AB 上に点 E をとり、 $ED \parallel BC$ となるようにする。

$\triangle AED$ と $\triangle PQR$ において、

$$\angle AED = \angle PQR = 90^\circ, \quad \angle ADE = \angle PRQ$$

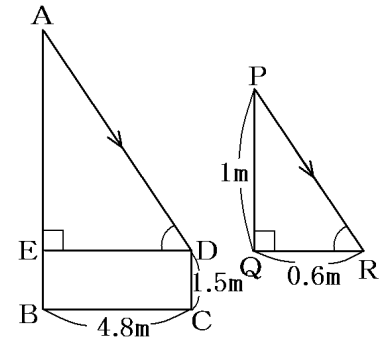
2 組の角がそれぞれ等しいので、 $\triangle AED \sim \triangle PQR$

$$AE : PQ = DE : RQ, \quad AE : 1 = 4.8 : 0.6$$

外項の積 $AE \times 0.6$ は、内項の積 1×4.8 と等しいので、

$$AE \times 0.6 = 4.8$$

$$\text{ゆえに } AE = 4.8 \div 0.6 = 8 \quad \text{よって } AB = AE + EB = 8 + 1.5 = 9.5\text{m}$$

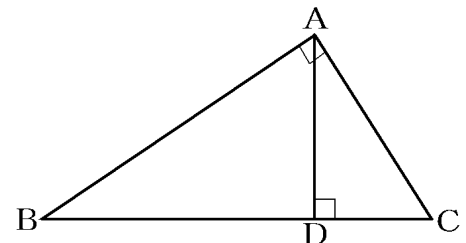


[問題 8]

右の図で、 $\angle BAC = \angle ADC = 90^\circ$ とする。

次の問いに答えなさい。

- (1) $\triangle ABC$ と相似な三角形をすべていいなさい。
- (2) $AB=6\text{cm}$, $BC=8\text{cm}$ として、 BD の長さを求めなさい。



[解答欄]

(1) $\triangle DBA$, $\triangle DAC$

(2) $\frac{9}{2}\text{cm}$

[解説]

(1) 右図のように、 $\angle B=b$, $\angle C=c$ とすると、

$$\angle B + \angle C = 90^\circ \quad \text{なので } b + c = 90^\circ$$

$$\triangle ABD \text{ で } \angle ADB = 90^\circ \quad \text{なので, } \angle ABD + \angle BAD = 90^\circ$$

$$\text{よって, } b + \angle BAD = 90^\circ, \quad \angle BAD = 90^\circ - b$$

$$\text{ゆえに, } \angle BAD = c$$

$$\triangle ACD \text{ で同様にして, } \angle CAD = b$$

$\triangle ABC$ と $\triangle DBA$ と $\triangle DAC$ は、それぞれ b と c を内角にもつので、2 角が等しく、互いに相似である。

(2) (1)より $\triangle ABC \sim \triangle DBA$ で、相似な図形の対応する辺の比は等しいので、

$$BC : AB = AB : BD, \quad 8 : 6 = 6 : BD$$

$$\text{外項の積は内項の積に等しいので, } 8 \times BD = 6 \times 6, \quad BD = 6 \times 6 \div 8 = \frac{36}{8} = \frac{9}{2}\text{cm}$$

