

第 13 章	数学(3 年)	名前:	日 付	No.02
	円			

[問題 1]

右の図で $\angle x$ の大きさを求めよ。

[解答欄]

110°

[解説]

線分 OB を結ぶ。△OBD は $OB=OD$ の二等辺三角形になるので、

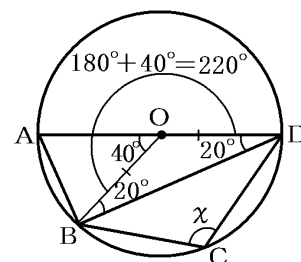
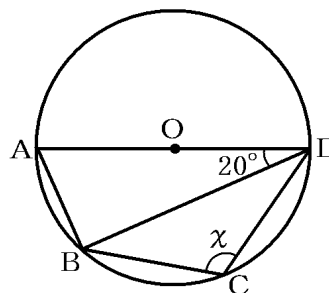
$$\angle OBD = \angle ODB = 20^\circ$$

三角形の外角は他の 2 つの内角に等しいので、

$$\angle AOB = \angle OBD + \angle ODB = 20^\circ + 20^\circ = 40^\circ$$

よって、弧 BAD の中心角は $180^\circ + 40^\circ = 220^\circ$

$x = \angle BCD$ は弧 BAD の円周角なので、 $x = (\text{中心角}) \div 2 = 220^\circ \div 2 = 110^\circ$



[問題 2]

右の図の x を求めよ。

[解答欄]

$x = 70^\circ$

[解説]

△ABD で、AB は直径である。直径の円周角は直角なので、

$$\angle ADB = 90^\circ$$

$\angle ABD$ の大きさがわかれば x を求めることができる。そこで、△OBE に注目する。

$\angle BOC$ は弧 BC の中心角である。 $\angle BDC (= 30^\circ)$ は弧 BC の円周角なので、

$$\angle BOC = 30^\circ \times 2 = 60^\circ$$

△CDE で、外角 BEC は 2 つの内角の和に等しいので、

$$\angle BEC = 30^\circ + 50^\circ = 80^\circ$$

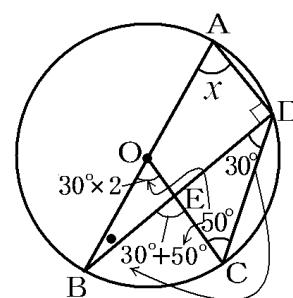
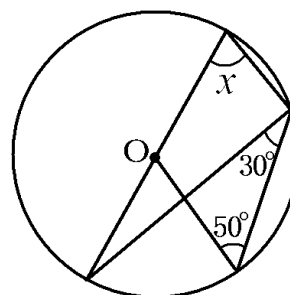
△OBE で、外角 BEC は 2 つの内角の和に等しいので、 $\angle BEC = \angle OBE + \angle BOE$

$$\text{よって、} 80^\circ = \angle OBE + 60^\circ$$

$$\text{ゆえに、} \angle OBE = 80^\circ - 60^\circ = 20^\circ$$

△ABD で、 $x + \angle ADB + \angle ABD = 180^\circ$

$$x + 90^\circ + 20^\circ = 180^\circ, \quad x = 180^\circ - (90^\circ + 20^\circ) = 70^\circ$$



[問題 3]

右の図で、 $\angle x$ の大きさを求めよ。

[解答欄]

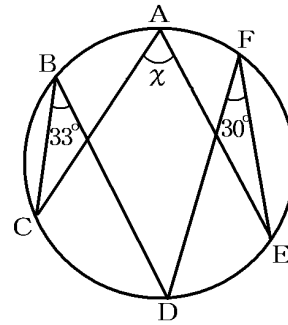
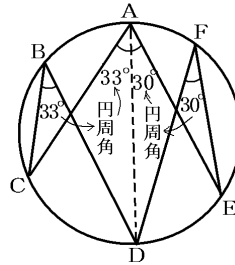
63°

[解説]

円周角の定理より、

右図のように 33° と 30° の角を移す。

$$x = \angle CAE = 33^\circ + 30^\circ = 63^\circ$$



[問題 4]

次の図の $\angle x$ の大きさを求めよ。

[解答欄]

50°

[解説]

右図のように AD を結ぶ。

$AB \parallel CD$ で、平行線の錯角は等しいので、
 $\angle ABC = \angle BCD = 20^\circ$

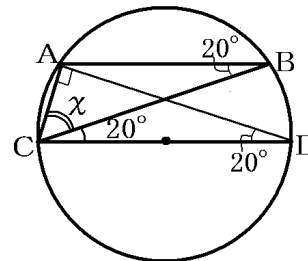
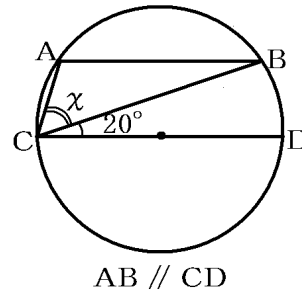
円周角の定理より、 $\angle ADC = \angle ABC = 20^\circ$

直径の円周角は 90° なので、 $\angle CAD = 90^\circ$

$\triangle ACD$ で、三角形の内角の和は 180° なので、

$$\angle ACD + \angle CDA + \angle CAD = 180^\circ$$

$$\text{よって、} x + 20^\circ + 20^\circ + 90^\circ = 180^\circ, \quad x + 130^\circ = 180^\circ, \quad x = 180^\circ - 130^\circ = 50^\circ$$



[問題 5]

次の図の x を求めよ。

[解答欄]

$$x = 22^\circ$$

[解説]

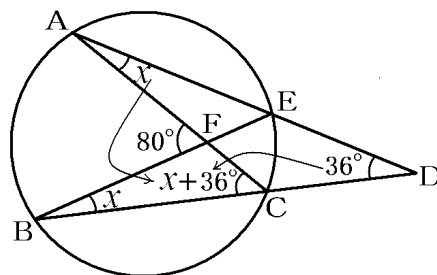
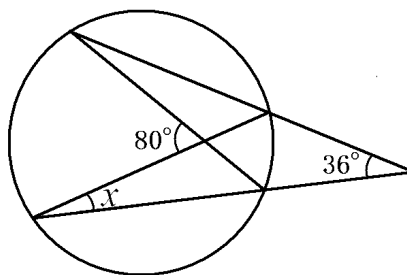
円周角の定理より, $\angle CAE = \angle CBE = x$

$\triangle ACD$ の 1 つの外角 $\angle ACB$ は他の 2 つの内角の和に等しいので,
 $\angle ACB = x + 36^\circ$

$\triangle FBC$ の 1 つの外角 $\angle AFB (= 80^\circ)$ は他の 2 つの内角の和に等しいので, $80^\circ = x + (x + 36^\circ)$

$$80^\circ = 2x + 36^\circ, \quad 2x = 80^\circ - 36^\circ, \quad 2x = 44^\circ$$

$$\text{よって, } x = 44^\circ \div 2 = 22^\circ$$



[問題 6]

右の図で, 3 点 A, B, C は円周上にあり,

弧 AB : 弧 BC : 弧 CA = 2 : 3 : 4 である。

$\triangle ABC$ の 3 つの内角の大きさをそれぞれ求めよ。

[解答欄]

$$\angle A = 60^\circ, \quad \angle B = 80^\circ, \quad \angle C = 40^\circ$$

[解説]

円の中心を O とすると,

$$\angle BOC = 360^\circ \times \frac{3}{9} = 120^\circ, \quad \angle A = 60^\circ \quad (\text{円周角は中心角の } \frac{1}{2})$$

$$\angle AOC = 360^\circ \times \frac{4}{9} = 160^\circ, \quad \angle B = 80^\circ \quad (\text{円周角は中心角の } \frac{1}{2})$$

$$\angle AOB = 360^\circ \times \frac{2}{9} = 80^\circ, \quad \angle C = 40^\circ \quad (\text{円周角は中心角の } \frac{1}{2})$$

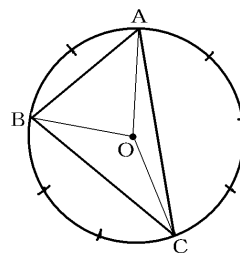
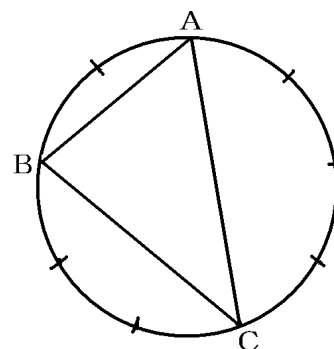
(別解)

同じ円上では弧の長さの比と円周角の比は等しくなるので,

$$\angle A : \angle B : \angle C = \text{弧 BC} : \text{弧 AC} : \text{弧 AB} = 3 : 4 : 2$$

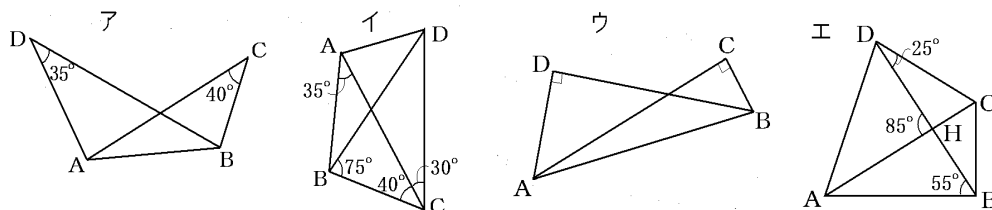
$\angle A + \angle B + \angle C = 180^\circ$ なので,

$$\angle A = 60^\circ, \quad \angle B = 80^\circ, \quad \angle C = 40^\circ$$



[問題 7]

次の図のア～エのうち、4点 A, B, C, D が同じ円周上にあるのはどれか。



[解答欄]

イ, ウ

[解説]

<Point> 円周角定理の逆

右図のように、 $\angle APB = \angle AQB$ ならば、4点 A, B, P, Q は1つの円周上にある。

もし、 $\angle APB$ と $\angle AQB$ が等しくないならば、

4点 A, B, P, Q は1つの円周上にない。

問題のアは $\angle ADB$ と $\angle ACB$ が等しくないので4点 A, B, C, D は同じ円周上にはない。

問題のイでは、 $\angle ABD$ を求めて $\angle ACD$ と比較する。

$\triangle ABC$ において、三角形の内角の和は 180° なので、

$$35^\circ + 40^\circ + 75^\circ + \angle ABD = 180^\circ$$

$$\text{よって、} \angle ABD = 180^\circ - (35^\circ + 40^\circ + 75^\circ) = 30^\circ$$

したがって、 $\angle ABD = \angle ACD$ となり、4点 A, B, C, D は同じ円周上にあることがわかる。

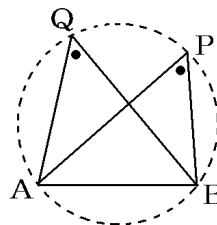
問題のウでは、 $\angle ADB = \angle ACB = 90^\circ$ なので、4点 A, B, C, D は同じ円周上にある。

問題のエでは、 $\angle ACD (= \angle HCD)$ を求めて $\angle ABD$ と比較する。

$\triangle CDH$ において、2つの内角の和は他の外角に等しいので、 $\angle HCD + 25^\circ = 85^\circ$ 、

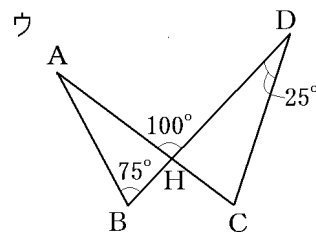
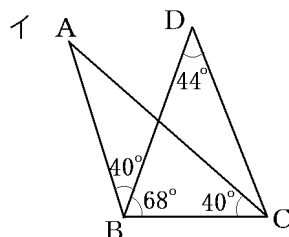
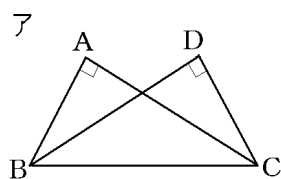
$$\text{よって、} \angle HCD = 85^\circ - 25^\circ = 60^\circ$$

したがって、 $\angle ACD (= \angle HCD)$ と $\angle ABD$ は等しくないので、4点 A, B, C, D は同じ円周上にはない。



[問題 8]

次の図のア～ウのうち、4点 A, B, C, D が同じ円周上にあるものをすべて選べ。



[解答欄]

ア, ウ

[解説]

問題のアでは、 $\angle BAC = \angle BDC = 90^\circ$ で、円周角が等しいので、4点 A, B, C, D は同じ円周上にある。

問題のイでは、 $\angle BAC$ を求めて $\angle BDC$ と比較する。

$\triangle ABC$ において、三角形の内角の和は 180° なので、

$$\angle BAC + 40^\circ + 68^\circ + 40^\circ = 180^\circ, \quad \angle BAC = 180^\circ - (40^\circ + 68^\circ + 40^\circ) = 32^\circ$$

したがって、 $\angle BAC$ は $\angle BDC$ と等しくないので、4点 A, B, C, D は同じ円周上にない。

問題のウでは、 $\angle BAC$ を求めて $\angle BDC$ と比較する。

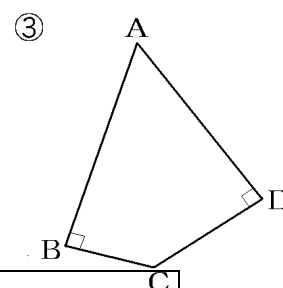
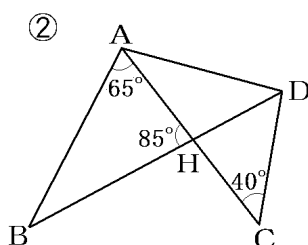
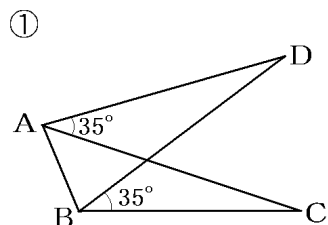
$\triangle ABH$ において、2つの内角の和は他の外角に等しいので、

$$\angle BAC + 75^\circ = 100^\circ, \quad \angle BAC = 100^\circ - 75^\circ = 25^\circ$$

したがって、 $\angle BAC = \angle BDC$ で、円周角が等しいので、4点 A, B, C, D は同じ円周上にある。

[問題 9]

次の図で4点 A, B, C, D が1つの円周上にあるものには○, 1つの円周上にないものには×を書け。



[解答欄]

①○

②×

③○

[解説]

① $\angle CAD = \angle CBD$ で、円周角が等しいので、4点 A, B, C, D は同じ円周上にある。

② $\angle BDC$ を求めて $\angle BAC$ と比較する。

$\triangle CDH$ で、2つの内角の和は他の外角に等しいので、

$$\angle BDC + 40^\circ = 85^\circ, \quad \angle BDC = 85^\circ - 40^\circ = 45^\circ$$

したがって、 $\angle BDC$ は $\angle BAC$ と等しくないので、4点 A, B, C, D は同じ円周上にない。

③ 直径の円周角は 90° で、 $\angle ABC = 90^\circ$ なので、

右図のように、点 B は AC を直径とする円 O 上にある。

同様に、 $\angle ADC = 90^\circ$ なので、点 D も AC を直径とする円 O 上にある。したがって、4点 A, B, C, D は同じ円周上にある。

