

第 14 章	数学(3 年)	名前:	日 付	No.01
	三平方と平面			

[問題 1]

次の問いに答えなさい。

- (1) 直角三角形の直角をはさむ 2 辺を a , b , 斜辺の長さを c とすると, a , b , c の間にはどんな関係が成り立ちますか。式で答えなさい。
- (2) (1)の定理の名前を 2 通りで答えなさい。

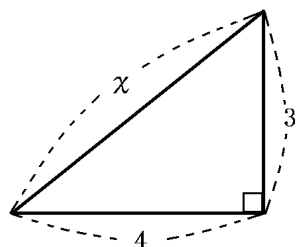
[解答欄]

(1) $a^2 + b^2 = c^2$	(2) 三平方の定理, ピタゴラスの定理
-----------------------	----------------------

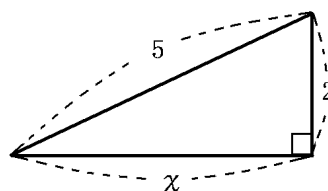
[問題 2]

次の図の x の値を求めなさい。

(1)



(2)



[解答欄]

(1) $x = 5$	(2) $x = \sqrt{21}$
-------------	---------------------

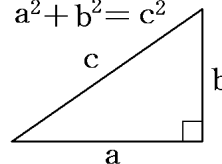
[解説]

(1) $x^2 = 4^2 + 3^2 = 16 + 9 = 25$, $x = 5$

(2) $x^2 + 2^2 = 5^2$, $x^2 = 25 - 4 = 21$, $x = \sqrt{21}$

三平方の定理

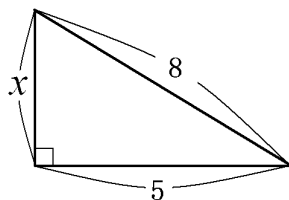
$$a^2 + b^2 = c^2$$



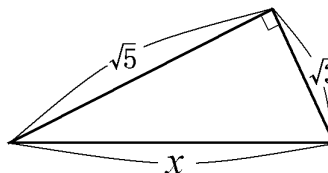
[問題 3]

下の図で, x の値を求めなさい。

(1)



(2)



[解答欄]

(1) $x = \sqrt{39}$	(2) $x = \sqrt{2}$
---------------------	--------------------

[解説]

(1) $x^2 + 5^2 = 8^2$, $x^2 = 64 - 25 = 39$ よって, $x = \sqrt{39}$

(2) $x^2 = (\sqrt{5})^2 - (\sqrt{3})^2 = 8$, よって, $x = \sqrt{8} = 2\sqrt{2}$

[問題 4]

周の長さが 30cm で、斜辺の長さが 13cm の直角三角形がある。この直角三角形の残りの 2 辺の長さを求めなさい。(2 辺のうち 1 辺の長さを x cm とし、方程式をたて、解きなさい。)

[解答欄]

5cm と 12cm

[解説]

右の図のような直角三角形で、斜辺 $AB=13$ cm, $AC=x$ cm とすると、

周の長さが 30cm なので、

$BC=30-13-x=17-x$ (cm) となる。

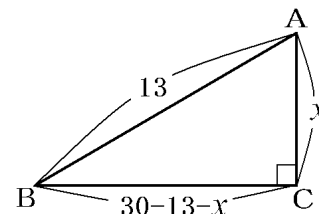
三平方の定理より、

$$x^2 + (17-x)^2 = 13^2, \quad x^2 + x^2 - 34x + 17^2 = 13^2, \quad 2x^2 - 34x + 289 - 169 = 0$$

$$2x^2 - 34x + 120 = 0, \quad x^2 - 17x + 60 = 0, \quad (x-5)(x-12) = 0 \quad \text{よって, } x = 5, 12$$

$x=5$ のとき $17-x=12$, $x=12$ のとき $17-12=5$ これは問題にあてはまる。

よって、2 辺の長さは 5cm と 12cm



[問題 5]

次の長さを 3 辺とする三角形のうち、直角三角形となるのはどれですか。

ア 4cm, 5cm, 6cm イ $\sqrt{2}$ cm, 2cm, $\sqrt{5}$ cm ウ 6cm, 8cm, 10cm

[解答欄]

ウ

[解説]

(1 番長い辺)²=(他の 1 辺)²+(他の 1 辺)² が成り立つとき直角三角形になる。

ア $6^2 = 36$, $5^2 + 4^2 = 41$, $6^2 \neq 5^2 + 4^2$ なので直角三角形ではない。

イ $(\sqrt{5})^2 = 5$, $2^2 + (\sqrt{2})^2 = 6$, $(\sqrt{5})^2 \neq 2^2 + (\sqrt{2})^2$ なので直角三角形ではない。

ウ $10^2 = 100$, $6^2 + 8^2 = 100$, $10^2 = 6^2 + 8^2$ なので直角三角形である。

[問題 6]

次の 2 点間の距離を求めなさい。

- (1) (1, 1), (4, 5) (2) (-2, 3), (1, 5)

[解答欄]

(1) 5	(2) $\sqrt{13}$
-------	-----------------

[解説]

座標上の 2 点 $A(x_1, y_1)$, $B(x_2, y_2)$ の距離は

(2 点間の距離) $= \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2}$ の式で求めることができる。

$$(1) (2 \text{ 点間の距離}) = \sqrt{(4-1)^2 + (5-1)^2} = \sqrt{9+16} = \sqrt{25} = 5$$

$$(2) (2 \text{ 点間の距離}) = \sqrt{(1-(-2))^2 + (5-3)^2} = \sqrt{9+4} = \sqrt{13}$$

[問題 7]

座標平面において 3 点 $A(4, 3)$, $B(-2, 5)$, $C(2, -3)$ を頂点とする $\triangle ABC$ について、次の各問に答えなさい。

- (1) 3 つの辺の長さをそれぞれ求めなさい。
 (2) $\triangle ABC$ はどんな三角形か答えなさい。

[解答欄]

(1) $AB = 2\sqrt{10}$, $BC = 4\sqrt{5}$, $CA = 2\sqrt{10}$	(2) $\angle A$ が直角である直角二等辺三角形
--	-------------------------------

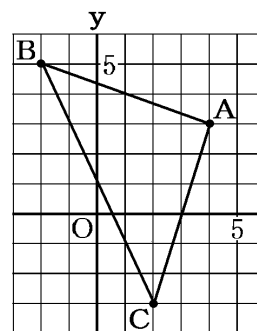
[解説]

(1) (2 点間の距離) $= \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2}$ の式で求めることができる。

$$AB = \sqrt{(4 - (-2))^2 + (3 - 5)^2} = \sqrt{36 + 4} = \sqrt{40} = 2\sqrt{10}$$

$$BC = \sqrt{(-2 - 2)^2 + (5 - (-3))^2} = \sqrt{16 + 64} = \sqrt{80} = 4\sqrt{5}$$

$$CA = \sqrt{(4 - 2)^2 + (3 - (-3))^2} = \sqrt{4 + 36} = \sqrt{40} = 2\sqrt{10}$$

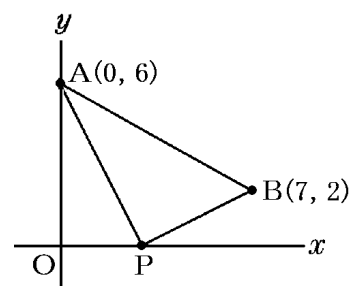


(2) (1 番長い辺) ^{2} = (他の 1 辺) ^{2} + (他の 1 辺) ^{2} が成り立つとき直角三角形になる。

$BC^2 = 80$, $AB^2 + CA^2 = 40 + 40 = 80$ なので, $BC^2 = AB^2 + CA^2$ となり, $\triangle ABC$ は $\angle A$ が直角の直角三角形。また, $AB = AC$ なので, $\triangle ABC$ は直角二等辺三角形である。

[問題 8]

右の図のように、 x 軸上の点 P と 2 点 $A(0, 6)$, $B(7, 2)$ を結んで $\triangle ABP$ をつくる。このとき、 $\triangle ABP$ が、 $\angle APB = 90^\circ$ の直角三角形となるような点 P の x 座標をすべて求めなさい。ただし、点 P の x 座標は正とする。



[解答欄]

3, 4

[解説]

点 P の座標を $(a, 0)$ とおく。

$\triangle ABP$ が $\angle APB = 90^\circ$ の直角三角形となることより、 $AP^2 + BP^2 = AB^2$

$$AP^2 = (a - 0)^2 + (0 - 6)^2 = a^2 + 36$$

$$BP^2 = (a - 7)^2 + (0 - 2)^2 = a^2 - 14a + 49 + 4 = a^2 - 14a + 53$$

$$AB^2 = (7 - 0)^2 + (2 - 6)^2 = 49 + 16 = 65$$

$$\text{よって、} a^2 + 36 + a^2 - 14a + 53 = 65$$

$$2a^2 - 14a + 24 = 0, a^2 - 7a + 12 = 0, (a - 3)(a - 4) = 0$$

$$\text{よって、} a = 3, 4$$

[問題 9]

座標軸において、2 点 A, B の間の距離が $5\sqrt{2}$ であり、 A の座標が $(-2, -1)$ のとき B の座標を求めなさい。ただし、 B は、 x 座標、 y 座標とも、自然数である。

[解答欄]

(3, 4)

[解説]

座標上の 2 点 $A(x_1, y_1)$, $B(x_2, y_2)$ の距離は

$$AB = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2} \text{ の式で求めることができる。}$$

点 A の座標は $(-2, -1)$ 、点 B の座標を (a, b) とおくと、

$$AB = \sqrt{(a - (-2))^2 + (b - (-1))^2} = 5\sqrt{2}$$

$$\text{ゆえに } (a + 2)^2 + (b + 1)^2 = 50$$

$$(b + 1)^2 = 50 - (a + 2)^2$$

$$a, b \text{ ともに自然数なので、} (b + 1)^2 \geq 4$$

$$a = 1 \text{ のとき、} (b + 1)^2 = 50 - 3^2 = 41 \quad 41 \text{ は平方数ではないので不適}$$

$$a = 2 \text{ のとき、} (b + 1)^2 = 50 - 4^2 = 34 \quad 34 \text{ は平方数ではないので不適}$$

$a = 3$ のとき, $(b+1)^2 = 50 - 5^2 = 25$ $b+1=5, b=4$ 適する

$a = 4$ のとき, $(b+1)^2 = 50 - 6^2 = 14$ 14は平方数ではないので不適

$a = 5$ のとき, $(b+1)^2 = 50 - 7^2 = 1$ $(b+1)^2 \geq 4$ なので不適

$a \geq 6$ のとき, $(b+1)^2 = 50 - (a+2)^2 < 0$ となり不適

ゆえに $a = 3, b = 4$