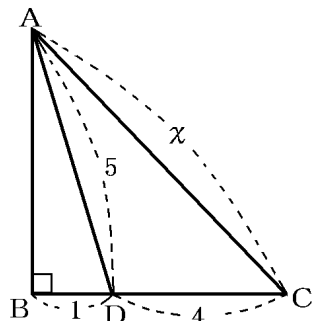


第 14 章	数学(3 年)	名前:	日 付	No.02
	三平方と平面			

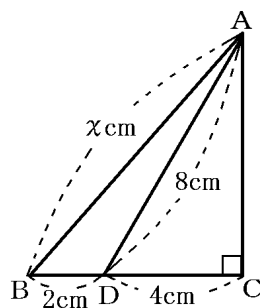
[問題 1]

下の図で x の値を求めなさい。

(1)



(2)



[解答欄]

(1) $x = 7$	(2) $x = 2\sqrt{21}$
-------------	----------------------

[解説]

(1) $\triangle ABD$ で、三平方の定理より、 $AB^2 + 1^2 = 5^2$ 、 $AB^2 = 24$

$\triangle ABC$ で、三平方の定理より、 $AC^2 = AB^2 + BC^2$ 、 $x^2 = 24 + 25 = 49$ 、 $x = 7$

(2) $\triangle ADC$ で、三平方の定理より、 $AC^2 + 4^2 = 8^2$ 、 $AC^2 = 64 - 16 = 48$

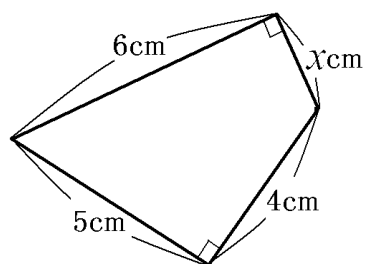
次に、 $\triangle ABC$ で、三平方の定理より、 $AB^2 = BC^2 + AC^2$ 、 $x^2 = (2 + 4)^2 + 48 = 84$

$x = \sqrt{84} = 2\sqrt{21}$

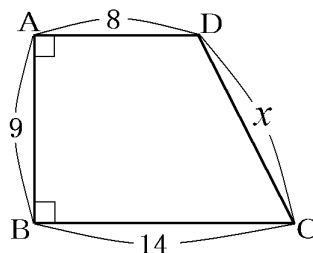
[問題 2]

下の図で、 x の値を求めなさい。

(1)



(2)



[解答欄]

(1) $x = \sqrt{5}$

(2) $x = 3\sqrt{13}$

[解説]

(1) 右図の $\triangle BCD$ で、三平方の定理より、

$$BD^2 = 5^2 + 4^2 = 25 + 16 = 41$$

$\triangle ABD$ で、三平方の定理より、

$$x^2 + AB^2 = BD^2$$

$$x^2 + 36 = 41, \quad x^2 = 41 - 36 = 5 \quad \text{よって、} \quad x = \sqrt{5}$$

(2) 右図のように、 D から BC に垂線 DH を引くと、

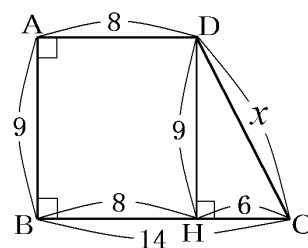
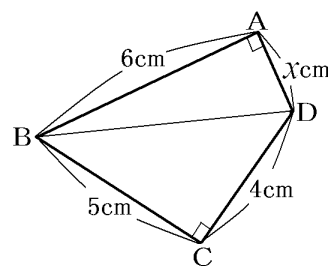
四角形 $ABHD$ は長方形になるので、

$$DH = AB = 9, \quad BH = AD = 8$$

$$CH = BC - BH = 14 - 8 = 6$$

$\triangle CDH$ は直角三角形なので、三平方の定理より、

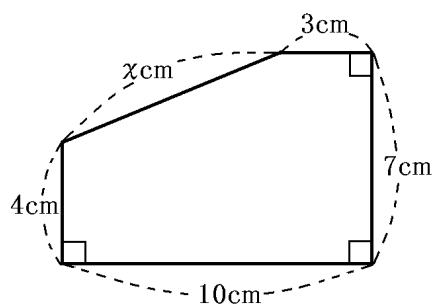
$$x^2 = 9^2 + 6^2 = 81 + 36 = 117 \quad \text{よって、} \quad x = \sqrt{117} = 3\sqrt{13}$$



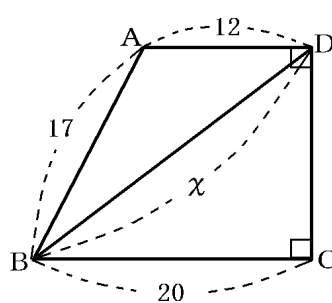
[問題 3]

次の x の値をそれぞれ求めなさい。

(1)



(2)



[解答欄]

(1) $x = \sqrt{58}$

(2) $x = 25$

[解説]

(1) 右図で、三平方の定理より、

$$x^2 = (10 - 3)^2 + (7 - 4)^2 = 58$$

ゆえに $x = \sqrt{58}$

(2) A から BC に垂線 AH を引く。

$$BH = 20 - 12 = 8$$

直角三角形 ABH で、 $BH = 20 - 12 = 8$

三平方の定理より、

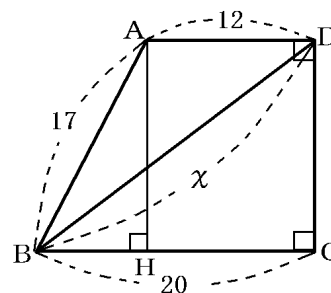
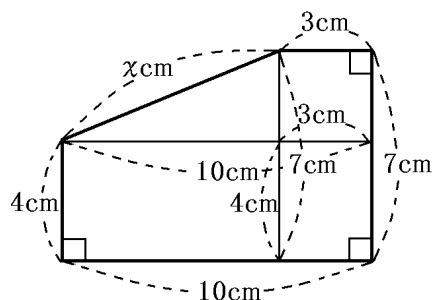
$$AH^2 + BH^2 = AB^2, \quad AH^2 + 8^2 = 17^2, \quad AH^2 = 225$$

次に、直角三角形 BCD で、 $CD^2 = AH^2 = 225$

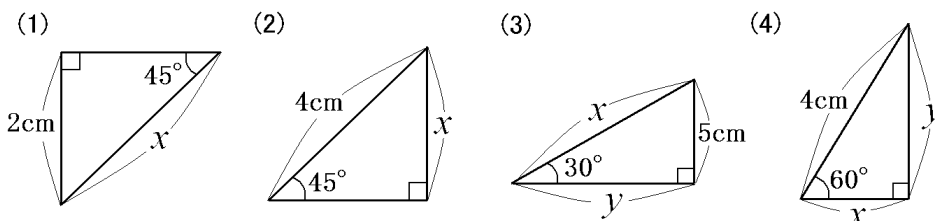
三平方の定理より、

$$BC^2 + CD^2 = BD^2, \quad 20^2 + 225 = x^2$$

$$x^2 = 625 \quad \text{ゆえに} \quad x = \sqrt{625} = 25$$



[問題 4]

次の x を求めよ。

[解答欄]

(1) $x = 2\sqrt{2}$ cm	(2) $x = 2\sqrt{2}$ cm	(3) $x = 10$ cm
$y = 5\sqrt{3}$ cm	(4) $x = 2$ cm	$y = 2\sqrt{3}$ cm

[解説]

(1) この直角三角形は 45° 45° 90° の直角二等辺三角形なので、

$$2 : x = 1 : \sqrt{2}$$

内項の積は外項の積に等しいので、

$$x \times 1 = 2 \times \sqrt{2}, \quad x = 2\sqrt{2} \text{ (cm)}$$

(2) この直角三角形は 45° 45° 90° の直角二等辺三角形なので、

$$x : 4 = 1 : \sqrt{2}$$

外項の積は外項の積に等しいので、 $x \times \sqrt{2} = 4 \times 1$

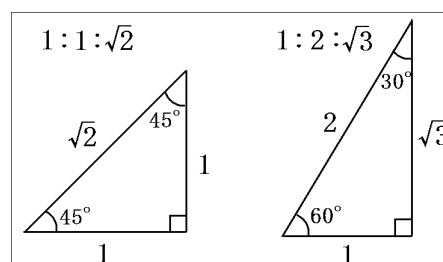
$$x = 4 \div \sqrt{2} = \frac{4}{\sqrt{2}} = \frac{4 \times \sqrt{2}}{\sqrt{2} \times \sqrt{2}} = \frac{4\sqrt{2}}{2} = 2\sqrt{2} \text{ (cm)}$$

(3) この直角三角形は 30° 60° 90° の直角三角形なので、 $5 : x = 1 : 2$ 比の内項の積は外項の積に等しいので、 $x \times 1 = 5 \times 2$, $x = 10$ (cm) $5 : y = 1 : \sqrt{3}$ 比の内項の積は外項の積に等しいので、

$$y \times 1 = 5 \times \sqrt{3}, \quad y = 5\sqrt{3} \text{ (cm)}$$

(4) 30° 60° 90° の直角三角形なので、 $x : 4 = 1 : 2$ 比の外項の積は外項の積に等しいので、 $x \times 2 = 4 \times 1$, $x = 2$ (cm) $y : 4 = \sqrt{3} : 2$ 比の外項の積は外項の積に等しいので、

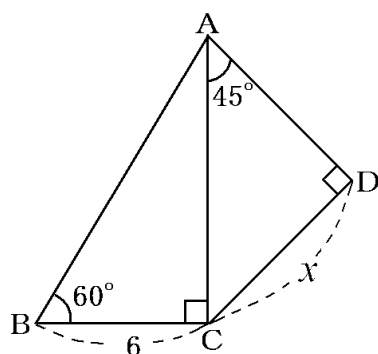
$$y \times 2 = 4 \times \sqrt{3}, \quad y = 2\sqrt{3} \text{ (cm)}$$



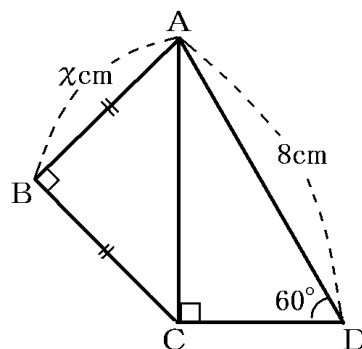
[問題 5]

下の図の x の値を求めなさい。

(1)



(2)



[解答欄]

(1) $x = 3\sqrt{6}$

(2) $x = 2\sqrt{6}$

[解説]

(1) $\triangle ABC$ は 30° 60° 90° の直角三角形なので、

$$BC : AC = 1 : \sqrt{3}, \quad 6 : AC = 1 : \sqrt{3}, \quad AC = 6\sqrt{3}$$

次に、 $\triangle ACD$ は 45° 45° 90° の直角二等辺三角形なので、

$$AC : CD = \sqrt{2} : 1, \quad 6\sqrt{3} : x = \sqrt{2} : 1$$

比の内項の積は外項の積に等しいので、

$$\text{ゆえに、} x \times \sqrt{2} = 6\sqrt{3} \times 1, \quad \sqrt{2}x = 6\sqrt{3}$$

$$\text{よって、} x = 6\sqrt{3} \div \sqrt{2} = \frac{6\sqrt{3}}{\sqrt{2}} = \frac{6\sqrt{3} \times \sqrt{2}}{\sqrt{2} \times \sqrt{2}} = \frac{6\sqrt{6}}{2} = 3\sqrt{6}$$

(2) $\triangle ACD$ は 30° 60° 90° の直角三角形なので、

$$AC : AD = \sqrt{3} : 2, \quad AC : 8 = \sqrt{3} : 2$$

比の外項の積は内項の積と等しいので、

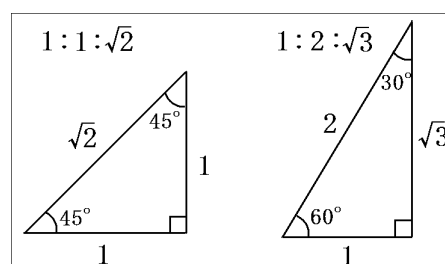
$$2AC = 8\sqrt{3}, \quad AC = 8\sqrt{3} \div 2 = 4\sqrt{3} \text{ (cm)} \cdots \textcircled{1}$$

$\triangle ABC$ は 45° 45° 90° の直角二等辺三角形なので、

$$AB : AC = 1 : \sqrt{2} \quad AB = x, \quad \textcircled{1} \text{より } AC = 4\sqrt{3} \text{ を代入すると, } x : 4\sqrt{3} = 1 : \sqrt{2}$$

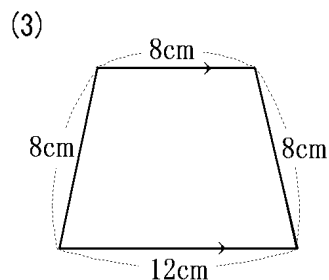
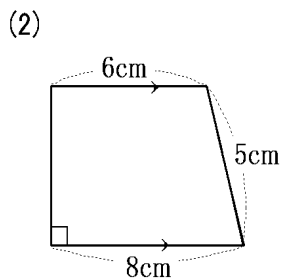
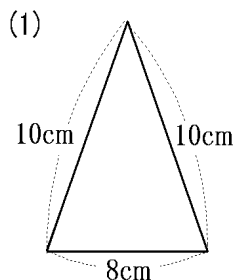
比の外項の積は内項の積に等しいので、 $x \times \sqrt{2} = 4\sqrt{3} \times 1$

$$\sqrt{2}x = 4\sqrt{3}, \quad x = 4\sqrt{3} \div \sqrt{2} = \frac{4\sqrt{3}}{\sqrt{2}} = \frac{4\sqrt{3} \times \sqrt{2}}{\sqrt{2} \times \sqrt{2}} = \frac{4\sqrt{6}}{2} = 2\sqrt{6}$$



[問題 6]

次の三角形，台形の面積を求めよ。



[解答欄]

(1) $8\sqrt{21} \text{ cm}^2$	(2) $7\sqrt{21} \text{ cm}^2$	(3) $20\sqrt{15} \text{ cm}^2$
-------------------------------	-------------------------------	--------------------------------

[解説]

<Point> 補助線を引いて直角三角形を作り，高さを求める。

(1) 右図の $\triangle ABC$ で，頂点 A から BC に垂線 AH を引く。

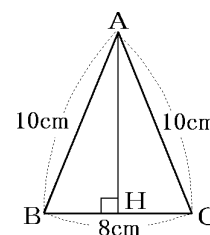
$\triangle ABC$ は $AB=BC$ の二等辺三角形なので，H は BC の中点になる。

よって， $BH=8\div2=4(\text{cm})$

直角三角形 ABH で，三平方の定理より，

$$AH = \sqrt{AB^2 - BH^2} = \sqrt{10^2 - 4^2} = \sqrt{84} = \sqrt{4 \times 21} = 2\sqrt{21} (\text{cm})$$

$$(\triangle ABC \text{ の面積}) = BC \times AH \div 2 = 8 \times 2\sqrt{21} \div 2 = 8\sqrt{21} (\text{cm}^2)$$



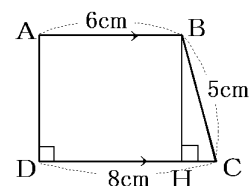
(2) 右図の台形 ABCD で，B から CD に垂線 BH を引く。

$$CH = 8 - 6 = 2(\text{cm})$$

直角三角形 BCH で，三平方の定理より，

$$BH = \sqrt{BC^2 - CH^2} = \sqrt{5^2 - 2^2} = \sqrt{21} (\text{cm})$$

$$(\text{台形 } ABCD \text{ の面積}) = (\text{上底} + \text{下底}) \times (\text{高さ}) \div 2 = (6 + 8) \times \sqrt{21} \div 2 = 7\sqrt{21} (\text{cm}^2)$$



(3) 右図の台形 ABCD で，A，B から CD にそれぞれ垂線 AG，BH を引くと，

$$CH = DG = (12 - 8) \div 2 = 2(\text{cm})$$

直角三角形 BCH で，三平方の定理より，

$$BH = \sqrt{BC^2 - CH^2} = \sqrt{8^2 - 2^2} = \sqrt{60} = \sqrt{4 \times 15} = 2\sqrt{15} (\text{cm})$$

$$(\text{台形 } ABCD \text{ の面積}) = (\text{上底} + \text{下底}) \times (\text{高さ}) \div 2 = (8 + 12) \times 2\sqrt{15} \div 2 = 20\sqrt{15} (\text{cm}^2)$$

