

第 1 章	数学(3 年)	名前:	日 付	No.03
	式の計算 1			

[問題 1]

次の式を因数分解しなさい。

- (1) $ax - bx$ (2) $x^2y - 2xy + xy^2$ (3) $36 - y^2$
 (4) $-4x + x^2 + 3$ (5) $2ax^2 - 2ax - 12a$ (6) $-9a^2 + 6ab - b^2$

[解答欄]

(1) $x(a - b)$	(2) $xy(x + y - 2)$	(3) $(y + 6)(-y + 6)$
(4) $(x - 3)(x - 1)$	(5) $2a(x + 2)(x - 3)$	(6) $-(3a - b)^2$

[解説]

* (1), (2) は共通因数のくくりだし。

- (1) $ax - bx = a \times x - b \times x = x(a - b)$
 (2) $x^2y - 2xy + xy^2 = xy \times x + xy \times (-2) + xy \times y = xy(x - 2 + y) = xy(x + y - 2)$
 (3) * は $a^2 - b^2 = (a + b)(a - b)$ の公式を使う。
 $36 - y^2 = 6^2 - y^2 = (6 + y)(6 - y) = (y + 6)(-y + 6)$
 (4) * $x^2 + (a + b)x + ab = (x + a)(x + b)$ の公式を使う。

$$-4x + x^2 + 3 = x^2 - 4x + 3$$

かけて 3, 加えて -4 になる 2 数は -3, -1 よって $x^2 - 4x + 3 = (x - 3)(x - 1)$

* (5), (6) では, まず共通因数のくくり出しを行う。

- (5) $2ax^2 - 2ax - 12a = 2a(x^2 - x - 6)$
 かけて -6, 加えて -1 になる 2 数は 2, -3 $2a(x^2 - x - 6) = 2a(x + 2)(x - 3)$
 (6) $-9a^2 + 6ab - b^2 = -(9a^2 - 6ab + b^2) = -((3a)^2 - 2 \times 3a \times b + b^2) = -(3a - b)^2$

[問題 2]

次の式を因数分解しなさい。

- (1) $8a^2b - 4ab^2$ (2) $4x^2 - 25y^2$ (3) $9x^2 - 30x + 25$
 (4) $2a^2 - 16ax + 32a$ (5) $-3ax^2 - 6ax + 9a$ (6) $4x^2 - 36y^2$

[解答欄]

(1) $4ab(2a - b)$	(2) $(2x + 5y)(2x - 5y)$	(3) $(3x - 5)^2$
(4) $2a(a - 8x + 16)$	(5) $-3a(x + 3)(x - 1)$	(6) $4(x + 3y)(x - 3y)$

[解説]

(1) * $aM + bM = M(a + b)$, $Ma + Mb = M(a + b)$: 共通因数のくくり出しの公式を使う。

$$8a^2b - 4ab^2 = 4ab \times 2a + 4ab \times (-b) = 4ab(2a - b)$$

(2) * $a^2 - b^2 = (a + b)(a - b)$ の公式を使う。

$$4x^2 - 25y^2 = (2x)^2 - (5y)^2 = (2x + 5y)(2x - 5y)$$

(3) * $a^2 - 2ab + b^2 = (a - b)^2$ の公式を使う。(両端の項が 2 乗になっていることから判別)

$$9x^2 - 30x + 25 = (3x)^2 - 2 \times 3x \times 5 + 5^2 = (3x - 5)^2$$

* (4)~(6) 共通因数のあるものは、まず共通因数のくくり出しを行う。

(4) $2a^2 - 16ax + 32a = 2a(a - 8x + 16)$

(5) $-3ax^2 - 6ax + 9a = -3a(x^2 + 2x - 3)$ かけて -3 , 加えて 2 になる 2 数は $3, -1$
ゆえに(式) $= -3a(x + 3)(x - 1)$

(6) * まず共通因数のくくりだし。次に $a^2 - b^2 = (a + b)(a - b)$ の公式を使う。

$$4x^2 - 36y^2 = 4(x^2 - 9y^2) = 4(x^2 - (3y)^2) = 4(x + 3y)(x - 3y)$$

(注) $4x^2 - 36y^2 = (2x)^2 - (6y)^2 = (2x + 6y)(2x - 6y)$ はまだ、完全に因数分解を行っていないので正解にはならない。 $2x + 6y = 2(x + 3y)$, $2x - 6y = 2(x - 3y)$ とそれぞれ、さらに因数分解できるので、 $(2x + 6y)(2x - 6y) = 2(x + 3y) \times 2(x - 3y) = 4(x + 3y)(x - 3y)$ とできるからである。

[問題 3]

次の式を因数分解しなさい。

- | | | |
|--------------------------|------------------------|---------------------|
| (1) $10x^2 - 25x$ | (2) $15ab - 9ab^2$ | (3) $x^2 - 64$ |
| (4) $25a^2 - 16b^2$ | (5) $x^2 - 10x - 24$ | (6) $x^2 + 6x + 9$ |
| (7) $x^2 + 10xy + 25y^2$ | (8) $x^2 - 9x + 20$ | (9) $x^2 - 6x - 27$ |
| (10) $25x^2 - 30x + 9$ | (11) $a^2x - 9ax + 8x$ | (12) $y - x^2y$ |

[解答欄]

(1) $5x(2x - 5)$	(2) $3ab(5 - 3b)$	(3) $(x + 8)(x - 8)$
(4) $(5a + 4b)(5a - 4b)$	(5) $(x - 12)(x + 2)$	(6) $(x + 3)^2$
(7) $(x + 5y)^2$	(8) $(x - 4)(x - 5)$	(9) $(x - 9)(x + 3)$
(10) $(5x - 3)^2$	(11) $x(a - 1)(a - 8)$	(12) $y(x + 1)(-x + 1)$

[解説]

* (1), (2) は共通因数のくくりだし。

(1) $10x^2 - 25x = 5x \times 2x - 5x \times 5 = 5x(2x - 5)$

(2) $15ab - 9ab^2 = 3ab \times 5 - 3ab \times 3b = 3ab(5 - 3b)$

* (3), (4) は $a^2 - b^2 = (a + b)(a - b)$ の公式を使う。

(3) $x^2 - 64 = x^2 - 8^2 = (x + 8)(x - 8)$

(4) $25a^2 - 16b^2 = (5a)^2 - (4b)^2 = (5a + 4b)(5a - 4b)$

* (5), (8), (9) は $x^2 + (a + b)x + ab = (x + a)(x + b)$ の公式を使う。

(5) かけて -24 , 加えて -10 になる 2 数は -12 と 2 なので、

$$x^2 - 10x - 24 = x^2 + (-12 + 2)x + (-12) \times 2 = (x - 12)(x + 2)$$

＊(6), (7), (10)は $a^2 + 2ab + b^2 = (a + b)^2$, $a^2 - 2ab + b^2 = (a - b)^2$ の公式を使う。

$$(6) \quad x^2 + 6x + 9 = x^2 + 2 \times 3 \times x + 3^2 = (x + 3)^2$$

$$(7) \quad x^2 + 10xy + 25y^2 = x^2 + 2 \times x \times 5y + (5y)^2 = (x + 5y)^2$$

(8) かけて 20, 加えて -9 になる 2 数は -4 と -5

$$x^2 - 9x + 20 = x^2 + (-4 - 5)x + (-4) \times (-5) = (x - 4)(x - 5)$$

(9) かけて -27, 加えて -6 になる 2 数は -9 と 3

$$x^2 - 6x - 27 = x^2 + (-9 + 3)x + (-9) \times 3 = (x - 9)(x + 3)$$

$$(10) \quad 25x^2 - 30x + 9 = (5x)^2 - 2 \times 5x \times 3 + 3^2 = (5x - 3)^2$$

＊(11), (12)では, まず共通因数のくくり出しを行う。

$$(11) \quad a^2x - 9ax + 8x = x(a^2 - 9a + 8) = x(a - 1)(a - 8)$$

$$(12) \quad y - x^2y = y(1 - x^2) = y(1^2 - x^2) = y(1 + x)(1 - x) = y(x + 1)(-x + 1)$$

[問題 4]

次の式を因数分解しなさい。

$$(1) \quad 4x^2 - 20xy + 25y^2 \quad (2) \quad 3x^2 + 12x - 36 \quad (3) \quad -ax^2 + 3ax + 18a$$

[解答欄]

(1) $(2x - 5y)^2$	(2) $3(x + 6)(x - 2)$	(3) $-a(x + 3)(x - 6)$
-------------------	-----------------------	------------------------

[解説]

(1) $a^2 - 2ab + b^2 = (a - b)^2$ の公式を使う。

$$4x^2 - 20xy + 25y^2 = (2x)^2 - 2 \times 2x \times 5y + (5y)^2 = (2x - 5y)^2$$

＊(2), (3)共通因数があるものは, まず共通因数でくくる。

$$(2) \quad 3x^2 + 12x - 36 = 3(x^2 + 4x - 12) \quad \text{かけて } -12, \text{ 加えて } 4 \text{ になる } 2 \text{ 数は } 6 \text{ と } -2$$

$$\text{ゆえに(式)} = 3(x + 6)(x - 2)$$

$$(3) \quad -ax^2 + 3ax + 18a = -a(x^2 - 3x - 18) \quad \text{かけて } -18, \text{ 加えて } -3 \text{ になる } 2 \text{ 数は } -6 \text{ と } 3$$

$$\text{ゆえに(式)} = -a(x + 3)(x - 6)$$

[問題 5]

次の因数分解をなさい。

- (1) $15ab - 3a^2$ (2) $x^2 + 5x - 24$ (3) $a^2 - 14a + 49$
 (4) $x^2 - \frac{4}{9}$ (5) $mx^2 - 5mx + 4m$ (6) $a^2 - 4a + 4 - b^2$

[解答欄]

(1) $3a(5b - a)$	(2) $(x + 8)(x - 3)$	(3) $(a - 7)^2$
(4) $\left(x + \frac{2}{3}\right)\left(x - \frac{2}{3}\right)$	(5) $m(x - 4)(x - 1)$	(6) $(a + b - 2)(a - b - 2)$

[解説]

- (1) * $aM + bM = M(a + b)$, $Ma + Mb = M(a + b)$: 共通因数のくくり出し

$$15ab - 3a^2 = 3a \times 5b + 3a \times (-a) = 3a(5b - a)$$

- (2) * $x^2 + (a + b)x + ab = (x + a)(x + b)$ の公式を使う。

$$\text{かけて } -24, \text{ 加えて } 5 \text{ になる } 2 \text{ 数は } 8, -3 \quad \text{ゆえに } x^2 + 5x - 24 = (x + 8)(x - 3)$$

- (3) * $a^2 + 2ab + b^2 = (a + b)^2$, $a^2 - 2ab + b^2 = (a - b)^2$ の公式を使う。

$$a^2 - 14a + 49 = a^2 - 2 \times a \times 7 + 7^2 = (a - 7)^2$$

- (4) * $a^2 - b^2 = (a + b)(a - b)$ の公式を使う。 $x^2 - \frac{4}{9} = x^2 - \left(\frac{2}{3}\right)^2 = \left(x + \frac{2}{3}\right)\left(x - \frac{2}{3}\right)$

- (5) * 共通因数があるものは、まず共通因数のくくり出しを行う。

$$mx^2 - 5mx + 4m = m(x^2 - 5x + 4) \quad \text{かけて } 4, \text{ 加えて } -5 \text{ になる } 2 \text{ 数は } -4, -1 \\ \text{ゆえに (式)} = 3(x - 4)(x - 1)$$

- (6) 少し難しい問題。 $a^2 - 4a + 4 = (a - 2)^2$ になることに気づけば解ける。

$$a^2 - 4a + 4 - b^2 = (a - 2)^2 - b^2$$

$$a - 2 = M \text{ とおくと, (式)} = M^2 - b^2 = (M + b)(M - b)$$

$$M = a - 2 \text{ を入れると, (式)} = (a - 2 + b)(a - 2 - b) = (a + b - 2)(a - b - 2)$$

[問題 6]

次の式を因数分解しなさい。

- (1) $ab+3a$ (2) $9a^2-\frac{1}{4}b^2$ (3) $9a^2-1$
 (4) $x^2-8x+16$ (5) $9a^2-12ab+4b^2$ (6) x^2+6x+8

[解答欄]

(1) $a(b+3)$	(2) $\left(3a+\frac{1}{2}b\right)\left(3a-\frac{1}{2}b\right)$	(3) $(3a+1)(3a-1)$
(4) $(x-4)^2$	(5) $(3a-2b)^2$	(6) $(x+4)(x+2)$

[解説]

(1) * $aM+bM=M(a+b)$, $Ma+Mb=M(a+b)$: 共通因数のくくり出し
 $ab+3a=a(b+3)$

* (2), (3) は $a^2-b^2=(a+b)(a-b)$ の公式を使う。

$$(2) \quad 9a^2-\frac{1}{4}b^2=(3a)^2-\left(\frac{1}{2}b\right)^2=\left(3a+\frac{1}{2}b\right)\left(3a-\frac{1}{2}b\right)$$

$$(3) \quad 9a^2-1=(3a)^2-1^2=(3a+1)(3a-1)$$

* (4), (5) は $a^2+2ab+b^2=(a+b)^2$, $a^2-2ab+b^2=(a-b)^2$ の公式を使う。

$$(4) \quad x^2-8x+16=x^2-2\times x\times 4+4^2=(x-4)^2$$

$$(5) \quad 9a^2-12ab+4b^2=(3a)^2-2\times 3a\times 2b+(2b)^2=(3a-2b)^2$$

* (6), (7) は $x^2+(a+b)x+ab=(x+a)(x+b)$ の公式を使う。

$$(6) \quad \text{かけて}8, \text{加えて}6 \text{ になる}2 \text{ 数は}4, 2 \quad \text{ゆえに} x^2+6x+8=(x+4)(x+2)$$

[問題 7]

p, a, b を整数とするととき, $x^2+px-36$ を $(x+a)(x+b)$ の形に因数分解したい。全部で何通りの因数分解ができるかを求めなさい。

[解答欄]

9通り

[解説]

かけて -36 になる2整数 a, b の組み合わせは, 36 の約数が $1, 2, 3, 4, 6, 9, 12, 18, 36$ なので,

$(1, -36), (2, -18), (3, -12), (4, -9), (6, -6), (9, -4), (12, -3), (18, -2), (36, -1)$ の9通りになる。

ゆえに因数分解した式は, $(x+1)(x-36), (x+2)(x-18), (x+3)(x-12), (x+4)(x-9), (x+6)(x-6), (x+9)(x-4), (x+12)(x-3), (x+18)(x-2), (x+36)(x-1)$

の9通りになる。

[問題 8]

$x^2 + ax - 16$ の式が因数分解できるとき、 a のとり得る値をすべて求めなさい。ただし、 a の値は整数とする。

[解答欄]

-15, -6, 0, 6, 15

[解説]

16 の約数は、1, 2, 4, 8, 16 なので因数分解した式で考えられるのは、
 $(x+1)(x-16)$, $(x+2)(x-8)$, $(x+4)(x-4)$, $(x+8)(x-2)$, $(x+16)(x-1)$ である。
 それぞれ展開すると、 $x^2 - 15x - 16$, $x^2 - 6x - 16$, $x^2 - 16$, $x^2 + 6x - 16$, $x^2 + 15x - 16$
 ゆえに a の値は、-15, -6, 0, 6, 15

[問題 9]

$x^2 + ax - 12$ を因数分解した結果が、 $(x+2)(x+b)$ であるとき a , b の値を求めなさい。

[解答欄]

$a = -4, b = -6$

[解説]

$(x+2)(x+b) = x^2 + (b+2)x + 2b \cdots \textcircled{1}$
 $x^2 + ax - 12$ と $\textcircled{1}$ の x の項の係数、定数項は等しいので、
 $b+2 = a$, $2b = -12$
 これを解くと $b = -6$, $a = -4$