

第 2 章	数学(3 年)	名前:	日 付	No.01
	式の計算 2			

[問題 1]

次の式をくふうして計算しなさい。途中の計算過程がはっきり分かるように書きなさい。

(1) 105×95 (2) 42^2

[解答欄]

(1) $105 \times 95 = (100 + 5) \times (100 - 5) = 100^2 - 5^2 = 9975$
(2) $42^2 = (40 + 2)^2 = 40^2 + 2 \times 40 \times 2 + 2^2 = 1764$

[解説]

(1) $105 = 100 + 5$, $95 = 100 - 5$ より $(a + b)(a - b) = a^2 - b^2$ の公式を使うことに気づく。

(2) $42 = 40 + 2$ より $(a + b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$ の公式を使うことに気づく。

[問題 2]

次の式をくふうして計算しなさい。ただし、くふうした点がわかるように、途中の計算も解答用紙に書きなさい。

(1) 79^2 (2) 102×98

[解答欄]

$79^2 = (80 - 1)^2 = 80^2 - 2 \times 80 \times 1 + 1^2 = 6241$
$102 \times 98 = (100 + 2) \times (100 - 2) = 100^2 - 2^2 = 9996$

[解説]

(1) $79 = 80 - 1$ より, $(a - b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$ の公式を使うことに気づく。

(2) $102 = 100 + 2$, $98 = 100 - 2$ より $(a + b)(a - b) = a^2 - b^2$ の公式を使うことに気づく。

[問題 3]

次の計算をなさい。

- (1) 71×69 (2) $21 \times 57 + 21 \times 43$
 (3) 497×503 (4) $65^2 - 35^2$

[解答欄]

$$(1) \quad 71 \times 69 = (70 + 1) \times (70 - 1) = 70^2 - 1^2 = 4900 - 1 = 4899$$

$$(2) \quad 21 \times 57 + 21 \times 43 = 21 \times (57 + 43) = 21 \times 100 = 2100$$

$$(3) \quad 497 \times 503 = (500 - 3) \times (500 + 3) = 500^2 - 3^2 = 250000 - 9 = 249991$$

$$(4) \quad 65^2 - 35^2 = (65 + 35) \times (65 - 35) = 100 \times 30 = 3000$$

[解説]

(1) $71 = 70 + 1$, $69 = 70 - 1$ より $(a + b)(a - b) = a^2 - b^2$ の公式を使うことに気づく。

(2) $21 \times 57 + 21 \times 43$ で 21 を共通因数と考えてくくり出す。

(3) $497 = 500 - 3$, $503 = 500 + 3$ より $(a + b)(a - b) = a^2 - b^2$ の公式を使うことに気づく。

(4) 因数分解の公式 $a^2 - b^2 = (a + b)(a - b)$ を使う。

[問題 4]

因数分解の公式を使って、工夫して計算しなさい。途中の計算も書くこと。

$$175^2 - 25^2$$

[解答欄]

$$175^2 - 25^2 = (175 + 25) \times (175 - 25) = 200 \times 150 = 30000$$

[解説]

因数分解の公式 $a^2 - b^2 = (a + b)(a - b)$ を使う。

[問題 5]

因数分解の公式を利用して計算しなさい。

$$5.5^2 - 4.5^2$$

[解答欄]

$$5.5^2 - 4.5^2 = (5.5 + 4.5) \times (5.5 - 4.5) = 10$$

[解説]

* $a^2 - b^2 = (a + b)(a - b)$ の公式を使う。

[問題 6]

因数分解を利用して、次の式の値を求めなさい。途中の式をすべて書きなさい。

(1) $x = \frac{8}{3}$ のとき, $x^2 - 4x + 4$ の値

(2) $x = 3.75$, $y = 2.25$ のとき, $x^2 - y^2$ の値

[解答欄]

$$(1) \quad x^2 - 4x + 4 = (x - 2)^2 = \left(\frac{8}{3} - 2\right)^2 = \left(\frac{2}{3}\right)^2 = \frac{4}{9}$$

$$(2) \quad x^2 - y^2 = (x + y)(x - y) = (3.75 + 2.25) \times (3.75 - 2.25) = 6 \times 1.5 = 9$$

[解説]

(1) $a^2 - 2ab + b^2 = (a - b)^2$ の公式を使う。

(2) $a^2 - b^2 = (a + b)(a - b)$ の公式を使う。

[問題 7]

次の問いに答えなさい。

(1) $x = 67$, $y = 33$ のとき, $x^2 + 2xy + y^2$ の値を求めなさい。

(2) $x = \frac{1}{2}$, $y = -2$ のとき, $(2x + y)^2 - 4xy$ の値を求めなさい。

[解答欄]

(1) 10000

(2) 5

[解説]

因数分解, 式の展開を使って式を変形してから数値を代入する。

(1) 因数分解の公式 $a^2 + 2ab + b^2 = (a + b)^2$ を使う。

$$x^2 + 2xy + y^2 = (x + y)^2 = (67 + 33)^2 = 100^2 = 10000$$

(2) 式を展開して代入。 $(a + b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$ を使う。

$$(2x + y)^2 - 4xy = 4x^2 + 4xy + y^2 - 4xy = 4x^2 + y^2 = 4 \times \frac{1}{4} + 4 = 5$$

[問題 8]

次の式の値を求めなさい。(途中の式を書くこと)

① $x = 4, y = -3$ のとき, $(x - 5y)^2 + (x + 5y)(x - 5y)$

② $a = 6.85, b = 3.15$ のとき, $a^2 - b^2$

[解答欄]

(2)① $(x - 5y)^2 + (x + 5y)(x - 5y) = 2x^2 - 10xy = 2 \times 4^2 - 10 \times 4 \times (-3) = 32 + 120 = 152$

② $a^2 - b^2 = (a + b)(a - b) = (6.85 + 3.15) \times (6.85 - 3.15) = 10 \times 3.7 = 37$

[解説]

① $(a - b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$, $(a + b)(a - b) = a^2 - b^2$ の公式を使ってまず式を展開。

② 因数分解の公式 $a^2 - b^2 = (a + b)(a - b)$ を使う。

[問題 9]

a, b, c を整数とする。 $(x + a)(x + b)$, $(x + a)(x - b)$ をそれぞれ展開したら、それぞれ次のようになった。 a, b, c の値を求めなさい。

$$(x + a)(x + b) = x^2 - 3x - c$$

$$(x + a)(x - b) = x^2 + 7x + c$$

[解答欄]

$$a = 2, b = -5, c = 10$$

[解説]

$$(x + a)(x + b) = x^2 - 3x - c \text{ より, } x^2 + (a + b)x + ab = x^2 - 3x - c$$

両辺の x の係数, 定数項は同じなので, $a + b = -3 \cdots \textcircled{1}$, $ab = -c \cdots \textcircled{2}$

$$\text{また, } (x + a)(x - b) = x^2 + 7x + c \text{ より, } x^2 + (a - b)x - ab = x^2 + 7x + c$$

両辺の x の係数, 定数項は同じなので, $a - b = 7 \cdots \textcircled{3}$, $-ab = c \cdots \textcircled{4}$

①, ③の式を a, b の連立方程式として加減法で解く。

① + ③ より, $2a = 4, a = 2$

① に $a = 2$ を代入して, $2 + b = -3, b = -5$

④ に $a = 2, b = -5$ を代入すると, (注: ②と④の式は同じなので②に代入してもよい)

$$c = -ab = -1 \times 2 \times (-5) = 10$$

よって, $a = 2, b = -5, c = 10$