

第 3 章	数学(3 年)	名前:	日 付	No.02
	平方根 1			

[問題 1]

次の各組の数の大小を[]の中に不等号を入れて表しなさい。

(1) $\sqrt{5}$ [] $\sqrt{7}$ (2) 6 [] $\sqrt{35}$ (3) $-\sqrt{6}$ [] -4

[解答欄]

(1) $<$	(2) $>$	(3) $>$
---------	---------	---------

[解説]

* $\sqrt{\quad}$ の大小は2乗して比べる。 $a < b$ なら $\sqrt{a} < \sqrt{b}$

(1) $5 < 7$ なので $\sqrt{5} < \sqrt{7}$

(2) $6^2 = 36$, $(\sqrt{35})^2 = 35$, $35 < 36$ なので $\sqrt{35} < \sqrt{36}$, ゆえに, $\sqrt{35} < 6$

(3) $(\sqrt{6})^2 = 6$, $4^2 = 16$ $6 < 16$ なので $\sqrt{6} < \sqrt{16}$, ゆえに $\sqrt{6} < 4$

両辺の符号を-にすると, 不等号の向きが逆転して, $-\sqrt{6} > -4$

[問題 2]

次の各組の大小を不等号を使って書きなさい。

(1) 6 , $\sqrt{35}$ (2) $\sqrt{3}$, 1.8 (3) -10 , $-\sqrt{101}$

[解答欄]

(1) $\sqrt{35} < 6$	(2) $\sqrt{3} < 1.8$	(3) $-\sqrt{101} < -10$
---------------------	----------------------	-------------------------

[解説]

* $\sqrt{\quad}$ の大小は2乗して比べる。 $a < b$ なら $\sqrt{a} < \sqrt{b}$

(1) $6^2 = 36$, $(\sqrt{35})^2 = 35$ $35 < 36$ なので $\sqrt{35} < \sqrt{36}$, ゆえに, $\sqrt{35} < 6$

(2) $(\sqrt{3})^2 = 3$, $1.8^2 = 3.24$, $3 < 3.24$ なので $\sqrt{3} < \sqrt{3.24}$, ゆえに $\sqrt{3} < 1.8$

(3) $10^2 = 100$, $(\sqrt{101})^2 = 101$ $100 < 101$ なので $\sqrt{100} < \sqrt{101}$,

ゆえに $10 < \sqrt{101}$ 両辺の符号を-にすると, 不等号の向きが逆転して,
 $-10 > -\sqrt{101}$, よって $-\sqrt{101} < -10$

[問題 3]

次の各組の数の大小を，不等号を使って表しなさい。

① $\sqrt{5}, \sqrt{6}$

② $-7, -\sqrt{50}$

③ $2, 3, \sqrt{5}$

[解答欄]

① $\sqrt{5} < \sqrt{6}$	② $-\sqrt{50} < -7$	③ $2 < \sqrt{5} < 3$
-------------------------	---------------------	----------------------

[解説]

$a < b$ ならば $\sqrt{a} < \sqrt{b}$ (ただし a, b は 0 以上)

① $5 < 6$ なので, $\sqrt{5} < \sqrt{6}$

② $\sqrt{49} < \sqrt{50}$ なので, $-\sqrt{49} > -\sqrt{50}$ よって, $-\sqrt{50} < -7$

③ $2 = \sqrt{4}, 3 = \sqrt{9}$ $4 < 5 < 9$ なので $\sqrt{4} < \sqrt{5} < \sqrt{9}$ よって, $2 < \sqrt{5} < 3$

[問題 4]

次の各組の，数の大小を， $>$ ， $<$ ， $=$ の記号を使って表しなさい。

① $\sqrt{42}$ () $\sqrt{28}$

② 7 () $\sqrt{50}$

③ $\sqrt{0.09}$ () 0.3

④ $\sqrt{0.2}$ () 0.2

⑤ $-\sqrt{5}$ () $-\sqrt{3}$

[解答欄]

① $>$	② $<$	③ $=$
④ $>$	⑤ $<$	

[解説]

* $\sqrt{\quad}$ の大小は 2 乗して比べる。 $a < b$ なら $\sqrt{a} < \sqrt{b}$

① $42 > 28$ なので $\sqrt{42} > \sqrt{28}$

② $7^2 = 49, (\sqrt{50})^2 = 50$ $49 < 50$ なので $\sqrt{49} < \sqrt{50}$ ゆえに $7 < \sqrt{50}$

③ $(\sqrt{0.09})^2 = 0.09, 0.3^2 = 0.09$ ゆえに, $\sqrt{0.09} = 0.3$

④ $(\sqrt{0.2})^2 = 0.2, (0.2)^2 = 0.04$ $0.2 > 0.04$ なので $\sqrt{0.2} > \sqrt{0.04}$ ゆえに $\sqrt{0.2} > 0.2$

⑤ $5 > 3$ なので $\sqrt{5} > \sqrt{3}$ 両辺の符号が $-$ になると不等号の向きが逆転して,
 $-\sqrt{5} < -\sqrt{3}$

[問題 5]

次の各組の数の大小を、不等号を使って表しなさい。

① $\sqrt{61}$ $\sqrt{70}$

② $2, 3, \sqrt{5}$

③ $-6, -\sqrt{35}$

[解答欄]

① $\sqrt{61} < \sqrt{70}$	② $2 < \sqrt{5} < 3$	③ $-6 < -\sqrt{35}$
---------------------------	----------------------	---------------------

[解説]

* $\sqrt{\quad}$ の大小は2乗して比べる。 $a < b$ なら $\sqrt{a} < \sqrt{b}$

① $61 < 70$ なので、 $\sqrt{61} < \sqrt{70}$

② $2^2 = 4, 3^2 = 9, (\sqrt{5})^2 = 5$ $4 < 5 < 9$ なので $\sqrt{4} < \sqrt{5} < \sqrt{9}$ ゆえに $2 < \sqrt{5} < 3$

③ $6^2 = 36, (\sqrt{35})^2 = 35$ $35 < 36$ なので $\sqrt{35} < \sqrt{36}$ ゆえに $\sqrt{35} < 6$

両辺の符号を-にすると不等号の向きが逆になるので、 $-\sqrt{35} > -6$

よって、 $-6 < -\sqrt{35}$

[問題 6]

次の数を小さい方から順に並べなさい。

① $-\sqrt{6}, \sqrt{5}, 2, -\sqrt{3}$

② $\frac{2}{3}, \sqrt{\frac{2}{3}}, \frac{\sqrt{2}}{3}, \frac{2}{\sqrt{3}}$

[解答欄]

(4)① $-\sqrt{6}, -\sqrt{3}, 2, \sqrt{5}$	② $\frac{\sqrt{2}}{3}, \frac{2}{3}, \sqrt{\frac{2}{3}}, \frac{2}{\sqrt{3}}$
--	---

[解説]

* $\sqrt{\quad}$ の大小は2乗して比べる。 $a < b$ なら $\sqrt{a} < \sqrt{b}$

① $-\sqrt{6}, \sqrt{5}, 2, -\sqrt{3}$ を正の数と負の数に分けて大小関係を調べる

正の数： $(\sqrt{5})^2 = 5, 2^2 = 4, 4 < 5$ なので $\sqrt{4} < \sqrt{5}$, ゆえに、 $2 < \sqrt{5}$

負の数： $3 < 6$ なので $\sqrt{3} < \sqrt{6}$, 両辺の符号を-にすると、不等号の向きが逆転して、
 $-\sqrt{3} > -\sqrt{6}$ よって、 $-\sqrt{6} < -\sqrt{3}$

ゆえに、小さい順に並べると、 $-\sqrt{6}, -\sqrt{3}, 2, \sqrt{5}$

② すべて2乗して比べる

$$\left(\frac{2}{3}\right)^2 = \frac{4}{9}, \left(\sqrt{\frac{2}{3}}\right)^2 = \frac{2}{3} = \frac{6}{9}, \left(\frac{\sqrt{2}}{3}\right)^2 = \frac{2}{9}, \left(\frac{2}{\sqrt{3}}\right)^2 = \frac{4}{3} = \frac{12}{9}$$

$$\frac{2}{9} < \frac{4}{9} < \frac{6}{9} < \frac{12}{9} \text{ なので, } \frac{\sqrt{2}}{3} < \frac{2}{3} < \sqrt{\frac{2}{3}} < \frac{2}{\sqrt{3}}$$

[問題 7]

$\sqrt{a} < 4$ となる自然数 a は全部でいくつありますか。

[解答欄]

15 個

[解説]

$\sqrt{a} < 4$ の両辺を 2 乗して $a < 16$ これを満たす自然数 a は 1, 2, $\dots$ 15

ゆえに, 15 個

[問題 8]

$\sqrt{30}$ より小さい正の整数をすべて求めなさい。

[解答欄]

1, 2, 3, 4, 5

[解説]

$5^2 = 25, 6^2 = 36, \sqrt{25} < \sqrt{30} < \sqrt{36}, 5 < \sqrt{30} < 6$ ゆえに, $\sqrt{30} = 5.\dots$

ゆえに, $\sqrt{30}$ より小さい正の整数は 1, 2, 3, 4, 5

[問題 9]

$5 \leq \sqrt{x} \leq 6$ にあてはまる自然数 x はいくつありますか。

[解答欄]

12 個

[解説]

$5 \leq \sqrt{x} \leq 6$ の各辺を 2 乗すると, $25 \leq x \leq 36$

これを満たす自然数 x は 12 個

[問題 10]

次の式にあてはまる自然数 a を, すべて求めなさい。

① $1 < \sqrt{a} < 2$ ② $9 < \sqrt{a} < 9.2$

[解答欄]

① $a = 2, 3$

② $a = 82, 83, 84$

[解説]

① $1 < \sqrt{a} < 2$ の各辺を 2 乗すると, $1 < a < 4$ a は自然数なので $a = 2, 3$

② $9 < \sqrt{a} < 9.2$ の各辺を 2 乗すると, $81 < a < 84.64$ a は自然数なので $a = 82, 83, 84$

[問題 11]

 $3.4 < \sqrt{a} < 4$ をみたす自然数 a の値をすべて求めなさい。

[解答欄]

12, 13, 14, 15

[解説]

 $3.4 < \sqrt{a} < 4$ の各辺を 2 乗して, $11.56 < a < 16$ これを満たす自然数 a は $a = 12, 13, 14, 15$

[問題 12]

 $9 < \sqrt{a} < 9.2$ にあてはまる自然数 a の値をすべて求めなさい。

[解答欄]

82, 83, 84

[解説]

 $9 < \sqrt{a} < 9.2$ の各辺を 2 乗して $81 < a < 84.64$ この範囲にある a は 82, 83, 84