

第 5 章	数学(3 年)	名前:	日 付	No.01
	二次方程式の計算			

[問題 1]

次の()に適する語句などを下の語群から選んで、答えなさい。

- ・移項して整理すると、 $ax^2 + bx + c = 0$ という形になる方程式を、 x についての(①)という。
- ・(①)にあてはまる文字の値を、その方程式の(②)といい、(②)をすべて求めることを(③)という。

【語群】解、二次方程式、二次方程式を解く

[解答欄]

① 二次方程式	② 解	③ 二次方程式を解く
---------	-----	------------

[問題 2]

次の方程式のうち、2 次方程式はどれか、すべて答えなさい。

- ① $x^2 = 4$ ② $x + 3 = 2x - 5$ ③ $9x^2 = (3x + 1)^2$ ④ $2x^2 - 5x = 6$

[解答欄]

①, ④

[解説]

①と④は 2 次方程式。②は 1 次方程式。

③は整理すると、 $9x^2 = 9x^2 + 6x + 1 = 0$, $6x + 1 = 0$ なので 1 次方程式になる。

[問題 3]

次の方程式を解け。

- (1) $(x - 2)(x + 7) = 0$ (2) $x(2x - 5) = 0$ (3) $x^2 + 10x + 25 = 0$
 (4) $x^2 - 5x - 24 = 0$

[解答欄]

(1) $x = -7, 2$	(2) $x = 0, \frac{5}{2}$	(3) $x = -5$
(4) $x = -3, 8$		

[解説]

* (1), (2) $A \times B = 0$ が成りたつのは $A = 0$ か $B = 0$ のとき

(1) $(x - 2)(x + 7) = 0$ よって $x - 2 = 0$, $x + 7 = 0$ ゆえに $x = 2, -7$

(2) $x(2x - 5) = 0$ よって $x = 0$, $2x - 5 = 0$ ゆえに $x = 0, \frac{5}{2}$

(3) * $a^2 + 2ab + b^2 = (a + b)^2$ の公式を使って $x^2 + 10x + 25 = 0$ の左辺を因数分解する

$$(x + 5)^2 = 0 \quad \text{よって } x + 5 = 0 \quad \text{ゆえに } x = -5$$

(4) かけて -24 , 加えて -5 になる 2 数は $3, -8$ なので, $x^2 - 5x - 24 = 0$ の左辺を
因数分解すると, $(x + 3)(x - 8) = 0$ よって $x + 3 = 0, x - 8 = 0$ ゆえに $x = -3, 8$

[問題 4]

次の方程式を解け。

(1) $x^2 - x - 12 = 0$ (2) $x^2 + 9x - 36 = 0$ (3) $x^2 - 14x + 49 = 0$

(4) $x^2 - 3x = 0$

[解答欄]

(1) $x = -3, 4$	(2) $x = -12, 3$	(3) $x = 7$
(4) $x = 0, 3$		

[解説]

(1) かけて -12 , 加えて -1 になる 2 数は $3, -4$ なので, $x^2 - x - 12 = 0$ の左辺を因数分解すると,
 $(x + 3)(x - 4) = 0$ よって $x + 3 = 0, x - 4 = 0$ ゆえに $x = -3, 4$

(2) かけて -36 , 加えて 9 になる 2 数は $12, -3$ なので, $x^2 + 9x - 36 = 0$ の左辺を因数分解すると,
 $(x + 12)(x - 3) = 0$ よって $x + 12 = 0, x - 3 = 0$ ゆえに $x = -12, 3$

(3) $a^2 - 2ab + b^2 = (a - b)^2$ の公式を使って $x^2 - 14x + 49 = 0$ の左辺を因数分解すると,

$$(x - 7)^2 = 0 \quad \text{よって } x - 7 = 0 \quad \text{ゆえに } x = 7$$

(4) $x^2 - 3x = 0$ の左辺を共通因数のくくり出しで因数分解すると, $x(x - 3) = 0$
よって $x = 0, x - 3 = 0$ ゆえに $x = 0, 3$

[問題 5]

次の方程式を解け。

$$(1) x(9-x)=20 \quad (2) 3(x^2-8)=(x-8)(x+2) \quad (3) (2x+3)(x-1)=(x-1)^2+6$$

[解答欄]

(1) $x=4, 5$	(2) $x=-4, 1$	(3) $x=-5, 2$
--------------	---------------	---------------

[解説]

(1) $x(9-x)=20$, $9x-x^2=20$, $-x^2+9x-20=0$, x^2 の係数を+1にするために
両辺に -1 をかけて, $x^2-9x+20=0$ かけて20, 加えて -9 になる2数は $-4, -5$
なので $(x-4)(x-5)=0$ よって $x-4=0, x-5=0$ ゆえに $x=4, 5$

(2) まず, $3(x^2-8)=(x-8)(x+2)$ の式を整理。 $3x^2-24=x^2-6x-16$
 $3x^2-24-x^2+6x+16=0$, $2x^2+6x-8=0$, $x^2+3x-4=0$
かけて -4 , 加えて3になる2数は4, -1 なので $(x+4)(x-1)=0$,
よって $x+4=0, x-1=0$ ゆえに $x=-4, 1$

(3) まず, $(2x+3)(x-1)=(x-1)^2+6$ の式を整理。 $2x^2-2x+3x-3=x^2-2x+1+6$
 $2x^2-2x+3x-3-x^2+2x-1-6=0$, $x^2+3x-10=0$, かけて -10 , 加えて3
になる2数は5, -2 なので $(x+5)(x-2)=0$, $x+5=0, x-2=0$
ゆえに $x=-5, 2$

[問題 6]

次の方程式を解け。

$$(1) 5x+14=x^2 \quad (2) x(x+4)=6+5x \quad (3) 3(x^2-8)=(x-8)(x+2)$$

[解答欄]

(1) $x=-2, 7$	(2) $x=-2, 3$	(3) $x=-4, 1$
---------------	---------------	---------------

[解説]

(1) $5x+14=x^2$, $x^2-5x-14=0$ かけて -14 , 加えて -5 になる2数は2, -7 なので
 $(x+2)(x-7)=0$ よって $x+2=0, x-7=0$ ゆえに $x=-2, 7$

(2) $x(x+4)=6+5x$, $x^2+4x=6+5x$, $x^2+4x-6-5x=0$, $x^2-x-6=0$
かけて -6 , 加えて -1 になる2数は2, -3 なので $(x+2)(x-3)=0$
よって $x+2=0, x-3=0$ ゆえに $x=-2, 3$

(3) $3(x^2-8)=(x-8)(x+2)$, $3x^2-24=x^2-6x-16$, $3x^2-24-x^2+6x+16=0$
 $2x^2+6x-8=0$, $x^2+3x-4=0$, かけて -4 , 加えて3になる2数は4, -1 なので,
 $(x+4)(x-1)=0$ よって $x+4=0, x-1=0$ ゆえに $x=-4, 1$

[問題 7]

次の()をうめなさい。

$ax^2 = b$ の形の 2 次方程式を解くには、平方根の意味を使えばよい。

たとえば、 $4x^2 - 60 = 0$ を解くには、

-60 を移項して $4x^2 =$ (①)

両辺を 4 でわると、 $x^2 =$ (②)

この方程式を成り立たせる x の値は(③)の平方根であるから、

$x = \pm$ (④)

[解答欄]

① 60	② 15	③ 15
④ $\sqrt{15}$		

[問題 8]

次の方程式を解きなさい。

(1) $x^2 = 9$ (2) $5x^2 = 35$ (3) $3x^2 - 24 = 0$

(4) $4x^2 - 3 = 0$

[解答欄]

(1) $x = \pm 3$	(2) $x = \pm\sqrt{7}$	(3) $x = \pm 2\sqrt{2}$
(4) $x = \pm \frac{\sqrt{3}}{2}$		

[解説]

(1) $x^2 = 9$ 2 乗して 9 になるのは 3 と -3 。3, -3 をあわせて ± 3 と表す。ゆえに $x = \pm 3$

(2) $5x^2 = 35$, $x^2 = 35 \div 5$, $x^2 = 7$, 2 乗して 7 になるのは $\sqrt{7}$ と $-\sqrt{7}$, ゆえに $x = \pm\sqrt{7}$

(3) $3x^2 - 24 = 0$, $3x^2 = 24$, $x^2 = 24 \div 3$, $x^2 = 8$ ゆえに $x = \pm\sqrt{8} = \pm\sqrt{4 \times 2} = \pm 2\sqrt{2}$

(4) $4x^2 - 3 = 0$, $4x^2 = 3$, $x^2 = 3 \div 4$, $x^2 = \frac{3}{4}$ ゆえに $x = \pm\sqrt{\frac{3}{4}} = \pm\frac{\sqrt{3}}{2}$