

第 6 章	数学(3 年)	名前:	日 付	No.02
	二次方程式応用			

[問題 1]

ある正の整数 x に 4 を加えて 2 乗するところを、誤って x に 2 を加えて 4 倍してしまったので、もとの答より 53 小さくなった。 x を求めよ。

[解答欄]

誤って計算した答 $(x+2) \times 4$ は、正しい答 $(x+4)^2$ より 53 小さいので、

$$4(x+2) = (x+4)^2 - 53$$

$$4x+8 = x^2+8x+16-53, \quad x^2+4x-45=0$$

かけて -45 、加えて 4 になる 2 数は 9, -5 なので、 $(x+9)(x-5)=0$

よって $x+9=0$, $x-5=0$ ゆえに $x=-9, 5$

$x > 0$ なので、 $x=5 \cdots$ 答

[問題 2]

ある自然数を 2 乗しなければならないのに、誤って 2 倍したため、計算の結果が 99 だけ小さくなった。このとき、ある自然数を求めなさい。

[解答欄]

ある自然数を x とする。

条件より、 x の 2 倍は x の 2 乗より 99 小さいので、 $2x = x^2 - 99$

$$x^2 - 2x - 99 = 0, \quad (x-11)(x+9) = 0$$

x は自然数で $x > 0$ なので、 $x=11$ これは条件にあてはまる。

よって、ある自然数は 11 $\cdots$ 答

[問題 3]

連続した 2 つの正の整数があります。それぞれを 2 乗した数の和が 61 になるとき、これら 2 つの整数を求めなさい。ただし、2 つのうち小さい方を x として方程式をつくり、答を求めるまでの過程も式と計算を含めて書きなさい。

[解答欄]

この 2 つの整数は $x, x+1$

それぞれを 2 乗した数の和が 61 になるので $x^2 + (x+1)^2 = 61, \quad x^2 + x - 30 = 0,$

かけて -30 、加えて 1 になる 2 数は $-5, 6$ なので $(x-5)(x+6) = 0$

よって $x-5=0, x+6=0$ ゆえに $x=5, -6$ $x > 0$ なので $x=5$

よって、2 つの整数は 5, 6 $\cdots$ 答

[解説]

*例えば、連続する 2 つの整数 5, 6 は、 $5, 5+1$ と表すことができる。小さい数を x とすると、連続する 2 つの整数は $x, x+1$ と表すことができる。

[問題 4]

3, 4, 5 のように連続する 3 つの自然数があります。大きい方の 2 つの数の積は 3 つの数の和の 5 倍になります。これらの 3 つの自然数を求めなさい。

[解答欄]

3 つの自然数を $x, x+1, x+2$ とおく。

大きい方の 2 つの数の積 $(x+1)(x+2)$ は、3 つの数の和 $x+(x+1)+(x+2)$ の 5 倍になるので、

$$(x+1)(x+2) = (x+x+1+x+2) \times 5$$

$$x^2 + 3x + 2 = 15x + 15$$

$x^2 - 12x - 13 = 0$ かけて -13 , 加えて -12 になる 2 数は 1, -13 なので、

$$(x+1)(x-13) = 0 \quad \text{よって } x+1=0, x-13=0 \quad \text{ゆえに } x=-1, 13$$

x は自然数なので、 $x=13$

よって 3 数は、13, 14, 15...答

[解説]

*例えば、連続する 3 つの整数 5, 6, 7 は、5, $5+1$, $5+2$ と表すことができる。一番小さい数を x とすると、連続する 3 つの整数は $x, x+1, x+2$ と表すことができる。

[問題 5]

連続する 3 つの自然数がある。まん中の数の 2 乗は、残りの 2 数の和よりも 8 大きい。この連続する 3 つの整数を求めなさい。

[解答欄]

3 つの自然数を $x, x+1, x+2$ とおく。

まん中の数の 2 乗 $(x+1)^2$ は、残りの 2 数の和 $x+(x+2)$ よりも 8 大きいので、

$$(x+1)^2 = x+(x+2)+8$$

$$x^2 + 2x + 1 = 2x + 10, x^2 = 9 \quad \text{ゆえに } x = \pm 3$$

$x > 0$ なので $x=3$

よって 3 つの自然数は、3, 4, 5...答

[解説]

*例えば、連続する 3 つの整数 5, 6, 7 は、5, $5+1$, $5+2$ と表すことができる。一番小さい数を x とすると、連続する 3 つの整数は $x, x+1, x+2$ と表すことができる。

*「A は B より 8 大きい」は、 $A=B+8$, 「A は B より 8 小さい」は、 $A=B-8$ と機械的に等式に直すことができる。

[問題 6]

連続する 3 つの正の整数があります。もっとも小さい数ともっとも大きい数の積が、まん中の数の 6 倍より 6 大きくなります。次の問いに答えなさい。

- (1) もっとも小さい数を x として方程式をつくり、 $ax^2 + bx + c = 0$ の形で書きなさい。
- (2) これら 3 つの整数を求めなさい。

[解答欄]

(1) $x^2 - 4x - 12 = 0$	(2) 6, 7, 8
-------------------------	-------------

[解説]

*例えば、連続する 3 つの整数 5, 6, 7 は、 $5, 5+1, 5+2$ と表すことができる。一番小さい数を x とすると、連続する 3 つの整数は $x, x+1, x+2$ と表すことができる。

*「A は B より 6 大きい」は、 $A=B+6$ 、「A は B より 6 小さい」は、 $A=B-6$ と機械的に数式に直すことができる。

(1) もっとも小さい数を x とするので、連続する 3 つの正の整数は、 $x, x+1, x+2$ と表すことができる。

(もっとも小さい数ともっとも大きい数の積)=(まん中の数の 6 倍)+6 なので

$x(x+2) = (x+1) \times 6 + 6$ が成り立つ。

整理すると、 $x^2 + 2x = 6x + 6 + 6$, $x^2 + 2x - 6x - 6 - 6 = 0$, $x^2 - 4x - 12 = 0$

(2) かけて -12 , 加えて -4 になる 2 数は $-6, 2$ なので、 $x^2 - 4x - 12 = 0$ の左辺を因数分解して、
 $(x-6)(x+2) = 0$ よって $x-6=0, x+2=0$ ゆえに $x=6, -2$

「連続する 3 つの正の整数」という条件より $x > 0$ なので $x=6$

ゆえに、連続する 3 つの正の整数は、6, 7, 8

[問題 7]

連続した 3 つの整数があります。まん中の数の 2 乗は、残りの 2 数の和より 15 大きくなります。この連続した 3 つの整数を次の手順で求めなさい。

- (1) まん中の数を x として方程式をつくりなさい。
- (2) この連続した 3 つの整数を求めなさい。

[解答欄]

(1) この 3 つの整数は、 $x-1, x, x+1$ と表すことができる。

まん中の数の 2 乗は、残りの 2 数の和より 15 大きくなるので、

$x^2 = (x-1) + (x+1) + 15$ が成り立つ。

$x^2 = 2x + 15, x^2 - 2x - 15 = 0 \cdots$ 答

(2) $x^2 - 2x - 15 = 0$ より $(x+3)(x-5) = 0$

よって $x = -3, 5$

$x = -3$ のとき、 $x-1 = -4, x = -3, x+1 = -2$

$x = 5$ のとき、 $x-1 = 4, x = 5, x+1 = 6$

連続する 3 整数は、 $-4, -3, -2$ か、 $4, 5, 6 \cdots$ 答

[解説]

*例えば、連続する 3 つの整数 5, 6, 7 は、真ん中の 6 を基準にとれば、 $6-1, 6, 6+1$ と表すことができる。真ん中の整数を x とおくと、 $x-1, x, x+1$ と表すことができる。

*「A は B より 15 大きい」は、 $A=B+15$ 、「A は B より 15 小さい」は、 $A=B-15$ と機械的に数式に直すことができる。

[問題 8]

面積が 144cm^2 となる正方形の 1 辺の長さを求めなさい。

[解答欄]

12 cm

[解説]

この正方形の 1 辺を $x\text{ cm}$ とすると、面積は $x^2 = 144$

$x > 0$ なので、 $x = 12$

[問題 9]

半径が 2 m と 4 m の 2 つの円がある。面積が、この 2 円の面積の和になる円をつくるには、その半径をいくらにすればよいか。

[解答欄]

$2\sqrt{5}\text{ m}$

[解説]

求める半径を $x\text{ m}$ とすると、 $4\pi + 16\pi = \pi x^2$, $x^2 = 20$

よって $x = \pm\sqrt{20} = \pm\sqrt{4 \times 5} = \pm 2\sqrt{5}$ $x > 0$ なので $x = 2\sqrt{5}$