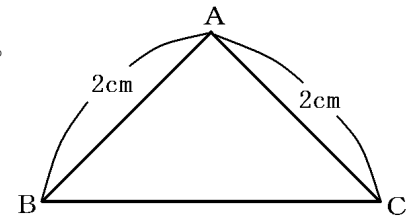


第 6 章	数学(3 年)	名前:	日 付	No.03
	二次方程式応用			

[問題 1]

右の図のような直角二等辺三角形 ABC の辺 BC の長さを求めなさい。

(図や式など考え方を書いて求めなさい。)



[解答欄]

BC の長さを $2x$ cm とすると、AH は x cm なので、

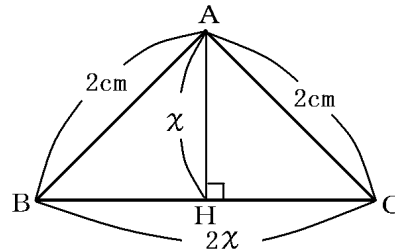
$$\triangle ABC \text{ の面積は } \frac{1}{2} \times 2x \times x = x^2 \cdots \textcircled{1}$$

また AB を底辺と考えると、AC が高さになる。

$$\text{したがって } \triangle ABC \text{ の面積は、} \frac{1}{2} \times 2 \times 2 = 2 \cdots \textcircled{2}$$

$$\textcircled{1}, \textcircled{2} \text{ より } x^2 = 2 \quad \text{よって } x = \sqrt{2}$$

したがって、BC の長さは $2\sqrt{2}$ cm $\cdots$ 答



[問題 2]

長さ 40 cm のひもで長方形をつくり、その面積が 84 cm^2 になるようにします。長方形の縦と横の長さを次の手順で求めなさい。ただし、縦が横より短い長方形をつくるものとします。

(1) 長方形の縦の長さを x cm として方程式をつくりなさい。

(2) 長方形の縦と横の長さ求めなさい。

[解答欄]

(1) 長方形の縦の長さを x cm とすると、(縦)+(横) = $40 \div 2 = 20$ cm なので、横の長さは $20 - x$ cm
長方形の面積 = (縦) $\times$ (横) = $x(20 - x) = 84$

$$20x - x^2 = 84 \quad \text{よって } x^2 - 20x + 84 = 0 \cdots \text{答}$$

(2) かけて 84, 加えて -20 になる 2 数は -6, -14 なので、 $x^2 - 20x + 84 = 0$ の左辺を因数分解すると、 $(x - 6)(x - 14) = 0$ よって $x - 6 = 0$, $x - 14 = 0$

ゆえに $x = 6, 14$

縦 $x = 6$ のとき、横 = $20 - x = 20 - 6 = 14$

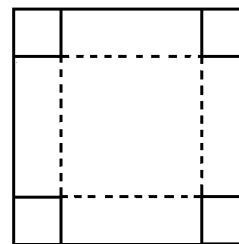
縦 $x = 14$ のとき、横 = $20 - x = 20 - 14 = 6$

縦が横より短いので $x = 6$

よって縦は 6 cm, 横は 14 cm $\cdots$ 答

[問題 3]

正方形の紙がある。右の図のように、この4すみから1辺が5cmの正方形を切り取り、直方体の容器をつくと、容積が 720 cm^3 になった。もとの正方形の紙の1辺の長さは何cmか。方程式をつくって求めなさい。



[解答欄]

もとの正方形の紙の1辺の長さを $x\text{ cm}$ とすると、
底辺の正方形の1辺の長さは $x-10\text{ cm}$ なので

$$(\text{容積}) = (\text{底面積}) \times (\text{高さ}) = (x-10)^2 \times 5 = 720$$

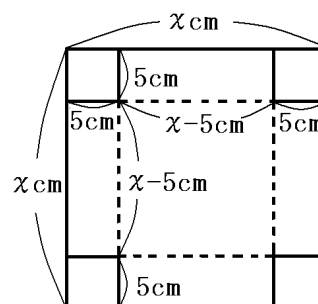
$$(x-10)^2 = 144, \quad x-10 = \pm 12$$

$$x-10 = -12 \text{ のとき } x = -2$$

$$x-10 = 12 \text{ のとき } x = 22$$

$$x > 10 \text{ なので, } x = 22$$

もとの正方形の1辺の長さは 22 cm ・・・答



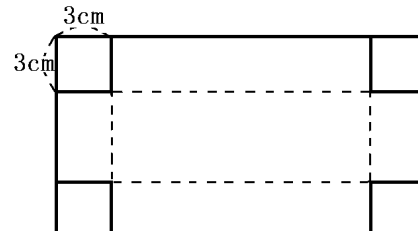
[問題 4]

右の図のように横の長さが縦の長さの2倍の長方形の厚紙があります。この厚紙の4すみから1辺が3cmの正方形を切り取り、ふたのない直方体の箱を作ったところ、

容積は 168 cm^3 でした。もとの厚紙の縦の長さを求めなさい。

(1) もとの厚紙の縦の長さを x として方程式をつくりなさい。

(2) 答えを求めなさい。



[解答欄]

(1) $x^2 - 9x - 10 = 0$

(2) 10 cm

[解説]

(1) 厚紙の横の長さは縦の長さ $x\text{ cm}$ の2倍なので $2x\text{ cm}$ 。

直方体の底面の長方形の縦は $x-3-3=x-6\text{ cm}$,

直方体の底面の長方形の横は $2x-3-3=2x-6\text{ cm}$,

高さは 3 cm

(直方体の容積) = (底面の縦) $\times$ (底面の横) $\times$ (高さ)

$$= (x-6) \times (2x-6) \times 3 = 168,$$

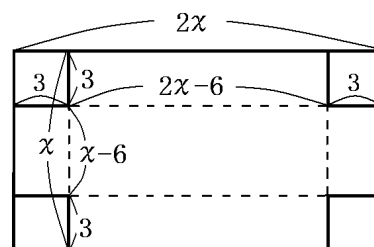
$$(x-6) \times 2(x-3) \times 3 = 168$$

$$\text{両辺を6で割ると, } (x-6)(x-3) = 28, \quad x^2 - 9x + 18 = 28, \quad x^2 - 9x - 10 = 0$$

(2) かけて -10 , 加えて -9 になる2数は $-10, 1$ なので, $x^2 - 9x - 10 = 0$ の左辺を因数分解して,

$$(x-10)(x+1) = 0 \quad \text{よって } x-10=0, \quad x+1=0 \quad \text{ゆえに } x=10, \quad -1$$

$x > 0$ なので $x=10$ ゆえに、縦の長さは 10 cm



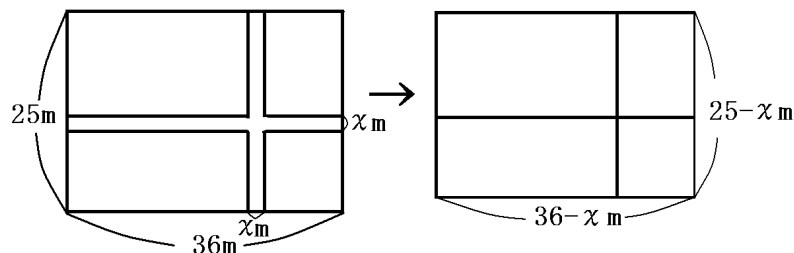
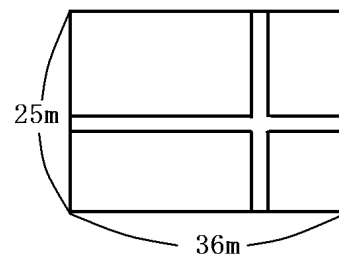
[問題 5]

2 辺の長さが 25 m, 36 m の長方形の畑があります。これに右の図のように縦と横に同じ幅の道を作り, 残った畑の面積が 840 m^2 になるようにします。道幅を次の手順で求めなさい。

(1) 道幅を $x \text{ m}$ として方程式をつくりなさい。

(2) 道幅をいくらにすればよいですか。

[解答欄]



図のように, 道の部分を切り取ると, 縦が $25 - x \text{ m}$, 横が $36 - x \text{ m}$ の長方形ができる。

この面積が 840 m^2 なので,

$$(\text{面積}) = (\text{縦}) \times (\text{横}) = (25 - x)(36 - x) = 840$$

$$(x - 25)(x - 36) = 840, \quad x^2 - 61x + 900 - 840 = 0, \quad x^2 - 61x + 60 = 0 \cdots \text{答}$$

* (別解)

道の面積は, $36x + 25x - x^2$ で全体の面積が $25 \times 36 = 900$ なので

$$900 - (36x + 25x - x^2) = 840 \quad \text{整理すると, } x^2 - 61x + 60 = 0$$

(2) かけて 60, 加えて -61 になる 2 数は -60 なので, $x^2 - 61x + 60 = 0$ の左辺を因数分解して,

$$(x - 1)(x - 60) = 0 \quad \text{よって } x - 1 = 0, \quad x - 60 = 0 \quad \text{ゆえに } x = 1, 60$$

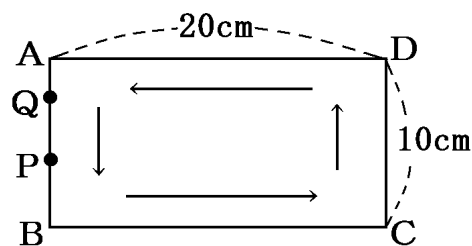
$$0 < x < 25 \text{ なので } x = 1$$

よって道幅は $1 \text{ m} \cdots \text{答}$

[問題 6]

右の図のような長方形 ABCD で点 P は毎秒 5cm, 点 Q は毎秒 2cm の速さで, 頂点 A を同時に出発し, 矢印の向きに長方形の辺上を 1 周します。

P が辺 BC 上に, Q が辺 AB 上にあって, $\triangle QBP = 10\text{cm}^2$ になるのは, 点 P が頂点 A を出発してから何秒後ですか。x 秒後に $\triangle QBP = 10\text{cm}^2$ になるとして, 二次方程式をつくり解きなさい。



[解答欄]

x 秒後に右図のような位置にあるとき,

$$AQ = 2x \text{ なので, } BQ = 10 - 2x$$

$$AB + BP = 5x \text{ なので, } BP = 5x - 10$$

$$\triangle QBP \text{ の面積} = \frac{1}{2} \times BP \times BQ = 10 \text{ なので,}$$

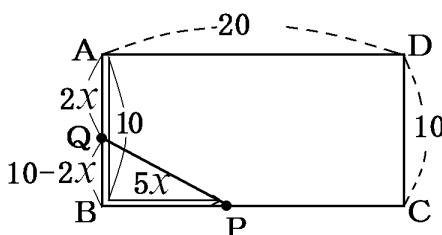
$$\frac{1}{2} \times (5x - 10) \times (10 - 2x) = 10$$

$$\frac{1}{2} (-10x^2 + 70x - 100) = 10$$

$$-5x^2 + 35x - 50 - 10 = 0, -5x^2 + 35x - 60 = 0, x^2 - 7x + 12 = 0$$

$$\text{左辺を因数分解すると, } (x-3)(x-4) = 0, x = 3, 4$$

$x = 3, 4$ ともに条件を満たす。よって, 3 秒後, 4 秒後... 答



[問題 7]

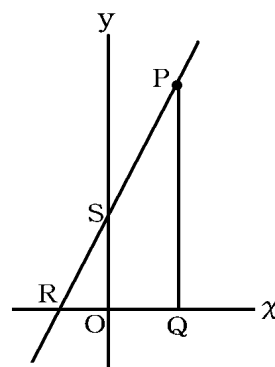
右の図のように, 直線 $y = 2x + 4$ 上の y 軸より右側に点 P をとり, P から x 軸にひいた垂線を PQ とする。

直線 $y = 2x + 4$ と x 軸, y 軸との交点をそれぞれ R, S とする。点 P の x 座標を a として,

(1) 点 P の y 座標を a を使って表しなさい。

(2) 台形 SOQP の面積が 12 になるとき, 次の方程式を完成してそれを解き, P の座標を求めなさい。

$$(\quad) = 12$$



[解答欄]

(1) $y = 2a + 4$	(2) $\frac{1}{2}(4 + 2a + 4) \times a, P(2, 8)$
------------------	---

[解説]

(1) $y = 2x + 4$ に $x = a$ を代入すると, $y = 2a + 4$

(2) $SO = 4, OP = 2a + 4, OQ = a$ なので,

$$(\text{台形 SOQP の面積}) = \frac{1}{2}(4 + 2a + 4) \times a = 12, a^2 + 4a - 12 = 0, (a-2)(a+6) = 0$$

$a > 0$ なので, $a = 2$

$$y = 2a + 4 = 2 \times 2 + 4 = 8$$

ゆえに, 点 P の座標は $P(2, 8)$