

第 2 章	数学(1 年)	高校入試過去問題	文章題	2200
			文字式の計算	

[問題 1] (愛知 2022 年 2 月)

次の文章中の[I]にあてはまる式を書きなさい。また, [II]にあてはまる数を書きなさい。

1 から 9 までの 9 個の数字から異なる 3 個の数字を選び, 3 けたの整数をつくる時, つくることができる整数のうち, 1 番大きい数を A, 1 番小さい数を B とする。

例えば, 2, 4, 7 を選んだときは, $A=742$, $B=247$ となる。

$A-B=396$ となる 3 個の数字の選び方が全部で何通りあるかを, 次のように考えた。

選んだ 3 個の数字を, a, b, c ($a > b > c$) とするとき, $A-B$ を a, b, c を使って表すと,

[I] となる。

この式を利用することにより, $A-B=396$ となる 3 個の数字の選び方は,

全部で [II] 通りであることがわかる。

[解答欄]

問 1	I ($99(a-c)$)
	II (15)

[解説]

3 けたの整数のうち, 最も大きい整数は, $100a+10b+c$, 最も小さい整数は, $100c+10b+a$ と表される。

よって, $A-B=(100a+10b+c)-(100c+10b+a)=99a-99c=99(a-c)$

次に, $A-B=396$ のとき, $99(a-c)=396 \Rightarrow a-c=4$

これを満たす a, c の組は, $(a, c)=(9, 5), (8, 4), (7, 3), (6, 2), (5, 1)$ の 5 通りである。

そのそれぞれについて, $a < b < c$ を満たす b は, 3 通りずつ存在するから, $5 \times 3 = 15$ (通り)

ポイント 「○けたの自然数」についての問題では, その自然数を, 各位の数を文字でおいて表す。

(例) 3 けたの自然数は, 百の位の数を a , 十の位の数を b , 一の位の数を c とすると,

$100a+10b+c$ と表すことができる。

[問題 2] (山口 2022 年 2 月)

Uさんは、運動場に 200 m 走のトラック（走路）をつくることになった。

そこで、陸上競技用のトラックのつくり方について調べ、以下のようにつくることにした。

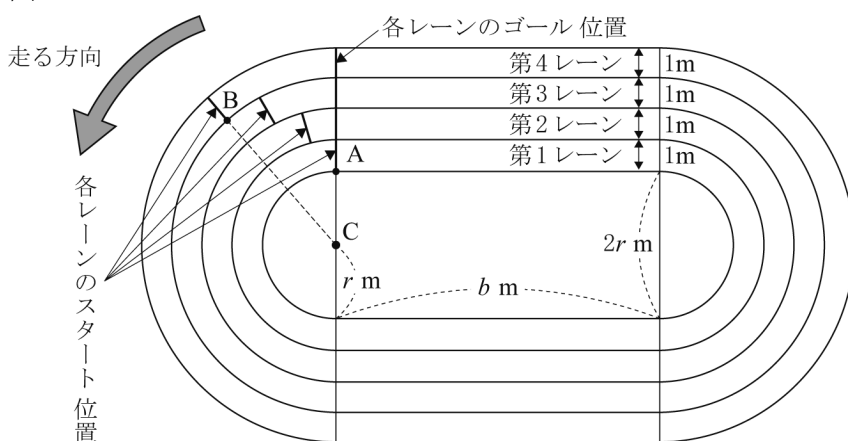
- ① 半径が r m の 2 つの半円と、縦の長さが $2r$ m、横の長さが b m の長方形を組み合わせる。
- ② ①の図形の外側に、幅が 1 m の 4 つのレーンをつくり、内側から第 1 レーン、第 2 レーン、第 3 レーン、第 4 レーンとする。
- ③ 各レーンのゴール位置は同じライン上とし、トラックを走る距離を各レーンすべて 200 m にする。そのため、第 1 レーンのスタート位置に対し、第 2 レーン、第 3 レーン、第 4 レーンのスタート位置をそれぞれ前方にずらす。

図 1 はトラックのつくり方をもとにつくったイメージ図である。

第 1 レーン、第 4 レーンのスタート位置の最も内側の点を、それぞれ A、B とする。

①の 2 つの半円のうち、ゴール位置のある方の半円の中心を点 C とする。

図 1



実際にトラックをつくるために、Uさんは図2を使ってクラスメイトに下のように説明した。

この説明が正しいものとなるように、ア，イにあてはまる数を求めなさい。

また、アについては、答えを求めるまでの過程もかきなさい。ただし、円周率は π とする。

各レーンで走る距離は、各レーンの内側にある線の長さを測るものとする。

第 4 レーンのスタート位置は、第 1 レーンのスタート位置よりア m だけ前方にずらす必要がある。

$r=21$ としてつくと、 $\angle ACB$ の大きさはイ度となる。

[解答欄]

問 2	ア	6π m
	イ	45 度

【解説】

(ア)

第1レーンの1周の長さは、半径 r m の円の周の長さとし長さ b m の線分の2本分の長さの和だから、 $(2\pi r + 2b)$ m である。また、第4レーンの1周の長さは、半径 $(r+3)$ m の円の周の長さとし長さ b m の線分の2本分の長さの和だから、

$\{2\pi(r+3) + 2b\}$ m である。

よって、求める長さは、

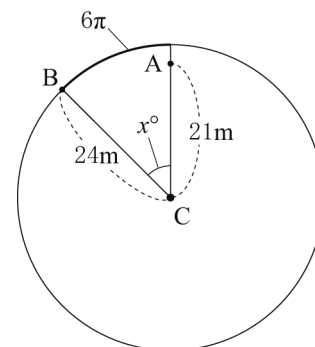
$$\{2\pi(r+3) + 2b\} - (2\pi r + 2b) = 6\pi \quad (\text{m})$$

(イ)

$\angle ACB = x^\circ$ とおく (右図)。 $r = 21$ より、 $BC = 24$ m である。

第4レーンのスタート位置を第1レーンのスタート位置よりも 6π m だけ前にするには、 C を中心とする円の一部である、半径 24 m の中心角 x° のおうぎ形の弧の長さが 6π m となればよい。よって、

$$2 \times 24 \times \pi \times \frac{x}{360} = 6\pi \quad x = 45 \text{ (度)}$$



[問題 3] (徳島 2022 年 2 月)

2 人は、図形 A, B, C を何枚か組み合わせて、重ならないようにすき間なくしきつめ、いろいろな四角形をつくろうと考えている。図形 A の 1 辺の長さを x cm として、(1)~(3)に答えなさい。

- (1) 図形 A を 1 枚、図形 B を 3 枚、図形 C を 2 枚の合計 6 枚を組み合わせると、
1 つの長方形をつくることができる。 $x=3$ のとき、この長方形の 2 辺の長さは、
それぞれ何 cm か、求めなさい。
- (2) かずきさんは、図形 A を 1 枚、図形 B を 6 枚、図形 C を 8 枚の合計 15 枚を組み合わせて、
1 つの長方形をつくった。この長方形の周の長さを x を用いて表しなさい。
- (3) みさきさんは、図形 A, B, C を何枚か組み合わせて、1 辺の長さが $(x+7)$ cm の正方形を 1 つ
つくった。
この正方形の面積は、図形 A を 1 枚、図形 B を 6 枚、図形 C を 8 枚の合計 15 枚を組み合わせて
てかずきさんがつくった 1 つの長方形の面積より 105 cm^2 大きかった。
このとき、 x の値を求めなさい。

[解答欄]

問 3	(1)	4 (cm)	5 (cm)
	(2)	$4x+12$ (cm)	
	(3)	$x=8$	

[解説]

- (1) 図形 A の面積は $x^2 \text{ cm}^2$ 、図形 B の面積は $x \text{ cm}^2$ 、図形 C の面積は 1 cm^2
それぞれが 1 枚、3 枚、2 枚だから、面積は合計で、
 $x^2 \times 1 + x \times 3 + 1 \times 2 = x^2 + 3x + 2 = (x+2)(x+1)$
 $x=3(\text{cm})$ だから、隣り合う 2 辺はそれぞれ $3+2=5(\text{cm})$ 、 $3+1=4(\text{cm})$
(別解)
 $x=3(\text{cm})$ だから、図形 A の面積は $x^2=3^2=9(\text{cm}^2)$ 、図形 B の面積は $x=3(\text{cm}^2)$
図形 C の面積は $1(\text{cm}^2)$
それぞれが 1 枚、3 枚、2 枚だから、面積は合計で、 $9 \times 1 + 3 \times 3 + 1 \times 2 = 20$
この長方形の隣り合う 2 辺は、(1, 20), (2, 10), (4, 5)の 3 通り。
 $x=3(\text{cm})$ より 1 辺は 3cm 以上だから、隣り合う 2 辺はそれぞれ 4cm, 5cm
- (2) 図形 A の面積は $x^2 \text{ cm}^2$ 、図形 B の面積は $x \text{ cm}^2$ 、図形 C の面積は 1 cm^2
それぞれが 1 枚、6 枚、8 枚だから、面積は合計で、
 $x^2 \times 1 + x \times 6 + 1 \times 8 = x^2 + 6x + 8 = (x+4)(x+2)(\text{cm}^2)$
隣り合う 2 辺はそれぞれ $(x+4)\text{cm}$ 、 $(x+2)\text{cm}$
したがって、周の長さは、 $2 \times \{(x+4) + (x+2)\} = 4x+12(\text{cm})$

- (3) みさきさんがつくった図形は1辺の長さが $(x+7)\text{cm}$ の正方形だから、その面積は $(x+7)^2\text{cm}^2$
 この面積はかずきさんがつくった長方形の面積、 $(x^2+6x+8)\text{cm}^2$ より、 105cm^2 大きいから、
 $x^2+6x+8+105=(x+7)^2$
 整理して、 $x^2+6x+113=x^2+14x+49$ より、 $8x=64$
 よって、 $x=8(\text{cm})$

[問題 4] (福岡 2022 年 2 月)

図1のように、半径が $r\text{ m}$ の半円2つと、縦の長さが $2r\text{ m}$ 、横の長さが $a\text{ m}$ の長方形を組み合わせた形の池がある。

また、図2のように、半径が $a\text{ m}$ の半円2つと、縦の長さが $2a\text{ m}$ 、横の長さが $r\text{ m}$ の長方形を組み合わせた形の池がある。

ただし、 $a < r$ である。

図1

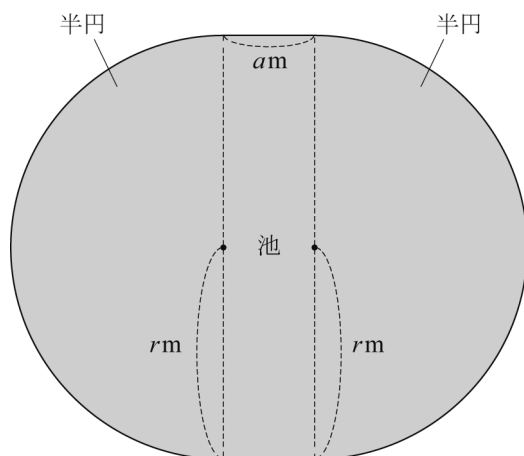
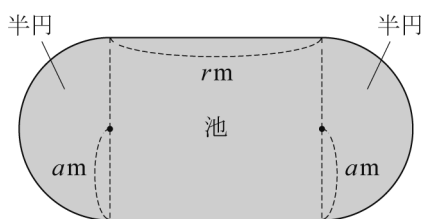


図2



次の問1，問2に答えよ。答えに円周率を使う場合は、 π で表すこと。

問1 図1の池の面積を $A\text{ m}^2$ ，図2の池の面積を $B\text{ m}^2$ とすると、 $A-B$ を a ， r を使って表した式が次のア～エに1つある。それを選び、記号をかけ。

- | | | | |
|---|-----------------|---|--------------|
| ア | $\pi(r^2-2a^2)$ | イ | $\pi(r+a)^2$ |
| ウ | $\pi(r^2-a^2)$ | エ | $\pi(r-a)^2$ |

問2 図3のように、図1の池の周囲に、幅2mの道がついている。

このとき、道の面積を $S \text{ m}^2$ 、道のまん中を通る線の長さを $\ell \text{ m}$ とする。

図3

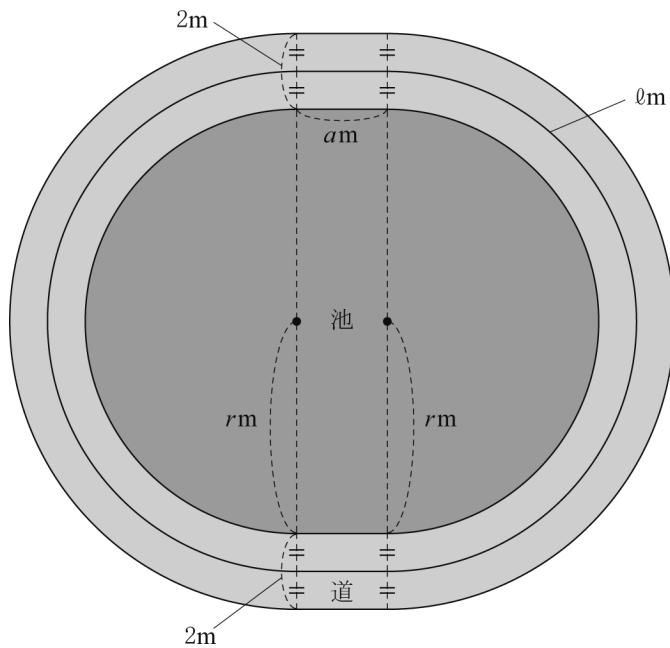


図3において、道の面積 S と、道のまん中を通る線の長さ ℓ の関係を表した式は、次のように求めることができる。

道の面積 S を、 a 、 r を使った式で表すと、

$$S = \quad \quad \quad \text{X} \quad \quad \quad \dots \dots \textcircled{1}$$

また、道のまん中を通る線の長さ ℓ を、 a 、 r を使った式で表すと、

$$\ell = \quad \quad \quad \text{Y} \quad \quad \quad \dots \dots \textcircled{2}$$

①、②より、 S と ℓ の関係を表した式は、

$$\quad \quad \quad \text{Z} \quad \quad \quad \text{である。}$$

X , Y , Z にあてはまる式をそれぞれかけ。

[解答欄]

問1	ウ	
問2	X	$4a + 4\pi r + 4\pi$ または $4(a + \pi r + \pi)$
	Y	$2a + 2\pi r + 2\pi$ または $2(a + \pi r + \pi)$
	Z	(例) $S = 2\ell$

【解説】

問 1 A も B も, 2 個の半円を合わせて 1 つの円として面積を求める。

$$\begin{aligned} A &= (\text{半径 } r \text{ の円}) + (\text{縦 } 2r, \text{ 横 } a \text{ の長方形}) = \pi r^2 + 2ar \quad B = (\text{半径 } a \text{ の円}) + (\text{縦 } 2a, \text{ 横 } r \text{ の長方形}) \\ &= \pi a^2 + 2ar \quad \text{よって, } A - B = \pi(r^2 - a^2) \end{aligned}$$

問 2 X : $S = (\text{半径 } r+2 \text{ の円}) + (\text{縦 } 2r+4, \text{ 横 } a \text{ の長方形}) - (\text{問 1 の } A)$

$$= \pi(r+2)^2 + (2ar+4a) - (\pi r^2 + 2ar) = 4a + 4\pi r + 4\pi$$

$$Y : \ell = (\text{直線部分の長さ}) + (\text{半径 } r+1 \text{ の円周の長さ}) = 2a + 2\pi r + 2\pi$$