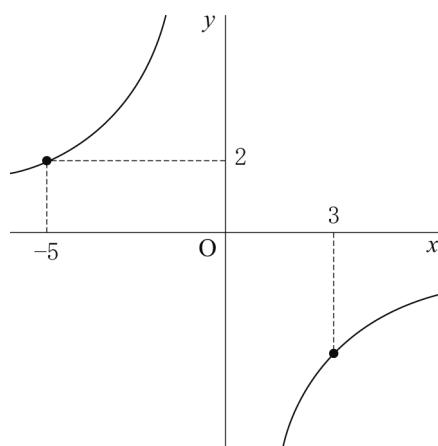


第 10 章	数学(1 年)	高校入試過去問題	関数	3100
			比例と反比例	

[問題 1] (宮城 2022 年 2 月)

下の図のような，点 $(-5, 2)$ を通る反比例のグラフがあります。
このグラフ上の， x 座標が 3 である点の y 座標を求めなさい。



[解答欄]

$$-\frac{10}{3}$$

[解説]

反比例の式は， $y = \frac{a}{x}$ とおける。すなわち， $a = xy$ であるから，グラフが点 $(-5, 2)$ を通るので，

$$a = -5 \times 2 = -10 \quad \text{よって，} y = -\frac{10}{x} \quad \text{したがって，求める点の } y \text{ 座標は，} y = -\frac{10}{3}$$

ポイント 関数の式と定数のまとめ

- ・ y は x に比例する → 式は $y = ax$ ，定数 a を「比例定数」という。
- ・ y は x に反比例する → 式は $y = \frac{a}{x}$ ，定数 a を「比例定数」という。
- ・ y は x の 1 次関数である → 式は $y = ax + b$ ，
定数 a は「変化の割合」でグラフの「傾き」を，定数 b はグラフの「切片」を，それぞれ表す。
- ・ y は x の 2 乗に比例する → 式は $y = ax^2$ ，定数 a を「比例定数」という。

[問題 2] (山形 2022 年 2 月)

右の図において、①は関数 $y = \frac{1}{2}x^2$ のグラフ、

②は反比例のグラフ、③は関数 $y = ax^2$ のグラフである。

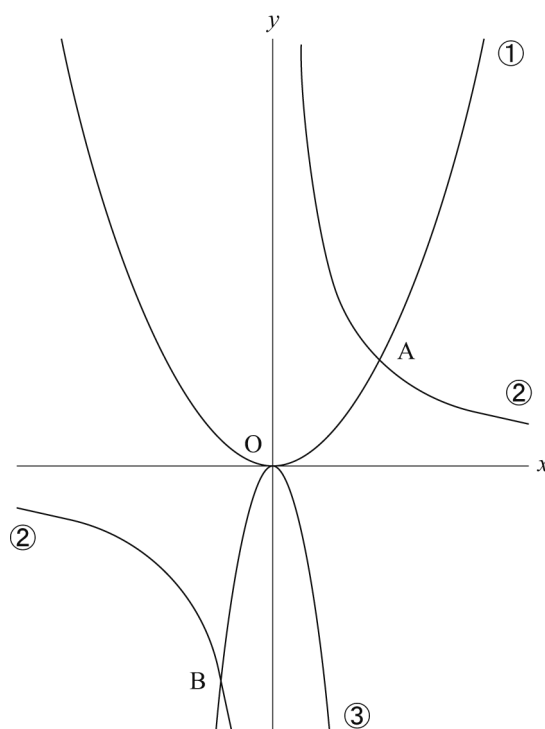
①と②は点 A で交わっていて、点 A の x 座標は 2 である。

また、②と③との交点を B とする。

このとき、次の問いに答えなさい。

(1) 関数 $y = \frac{1}{2}x^2$ について、x の値が -4 から 0 まで増加するときの変化の割合を求めなさい。

(2) 点 B の x 座標と y 座標がともに負の整数で、a が整数となるとき、a の値を求めなさい。



[解答欄]

(1)	-2
(2)	-4

[解説]

(1) $x = -4$ のとき $y = 8$, $x = 0$ のとき $y = 0$ であり、変化の割合は、 $\frac{8-0}{-4-0} = -2$

(2) 点 A は x 座標が 2 で $y = \frac{1}{2}x^2$ 上の点なので、 $x = 2$ をこれに代入して、 $y = 2$

A の座標が $A(2, 2)$ と分かった。

反比例のグラフ②を $y = \frac{b}{x}$ とおいて、 $(x, y) = (2, 2)$ を代入すると、 $b = 4$ よって、

反比例のグラフ②は $y = \frac{4}{x}$ と表され、このグラフ上の点で x 座標も y 座標も負の整数になる点は、

$(x, y) = (-1, -4), (-2, -2), (-4, -1)$ の 3 つである。

この 3 つの点をそれぞれ $y = ax^2$ の式に代入して a の値を求めると、

$(x, y) = (-1, -4)$ のとき、 $a = -4$ という整数値を得ることができる。

[問題 3] (島根 2022 年 2 月)

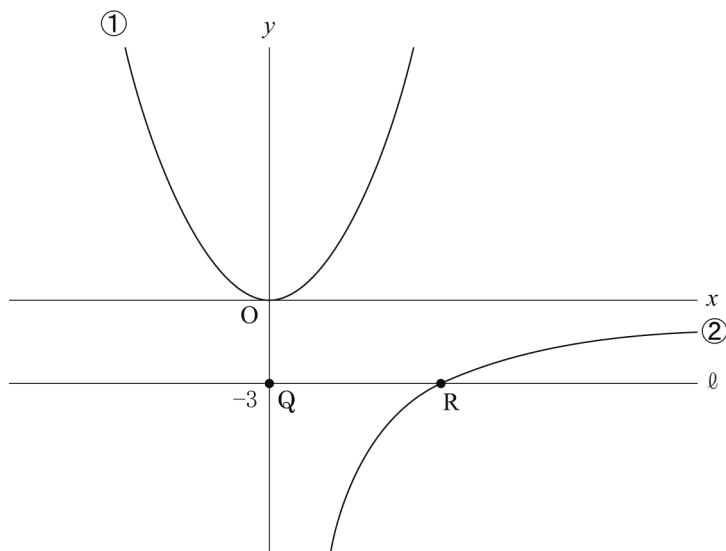
(1) 図 1 のように、関数①と反比例 $y = -\frac{12}{x}$ ($x > 0$) … ② のグラフがある。

さらに、 x 軸に平行な直線 ℓ を関数②と交わるようにひく。

このとき、直線 ℓ と y 軸との交点を Q 、直線 ℓ と関数②との交点を R とする。

点 Q の y 座標が -3 のとき、点 R の x 座標を求めなさい。

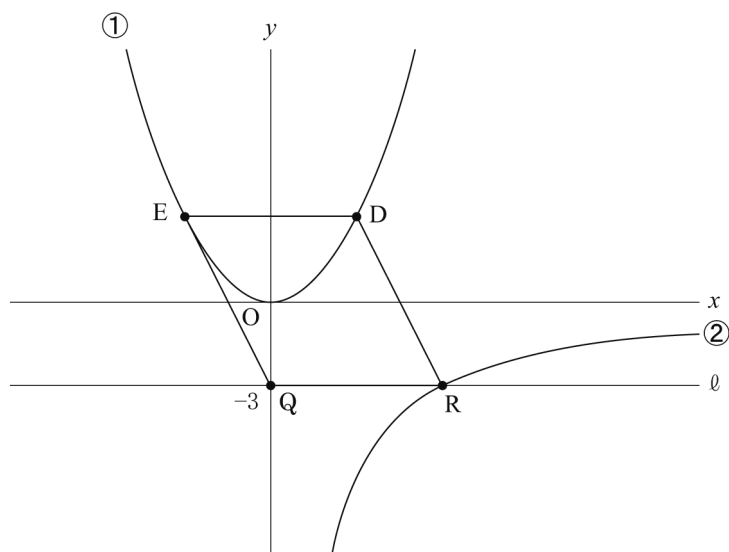
図 1



(2) 図 2 のように、関数①のグラフ上に 2 点 D 、 E をとる。

点 D 、 E の x 座標は、それぞれ正、負とし、四角形 $DEQR$ が平行四辺形になるとき、点 D の座標を求めなさい。

図 2



[解答欄]

(1)	4
(2)	D (2, 1)

[解説]

(1) $-3 = -\frac{12}{x}$ より, $x=4$

(2) 四角形 DEQR が平行四辺形になるとき, 対辺である QR と ED の長さは等しい。

(1)より点 R(4, -3), 点 Q(0, -3)だから, QR の長さは 4。

関数①は y 軸に関して対称なグラフなので, 点 D の座標を $(x, \frac{1}{4}x^2)$ とすると点 E は $(-x, \frac{1}{4}x^2)$ となる。

ED は QR と長さが等しいから 4, すなわち, $x - (-x) = 4$ が成り立つ。

これを解いて, $x=2$ したがって点 D の座標は(2, 1)

[問題 4] (奈良 2022 年 2 月)

右の図で, 曲線は関数 $y = \frac{6}{x}$ のグラフである。

2 点 A, B の座標はそれぞれ $(-6, -1)$, $(-3, -5)$ である。

点 C は曲線上を動く点であり, 点 D は x 軸上を動く点である。

2 点 C, D の x 座標はどちらも正の数である。

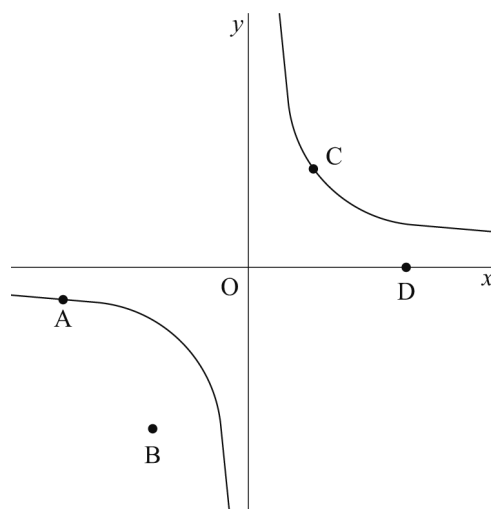
原点を O として, 各問いに答えよ。

(1) 点 C の x 座標が 1 であるとき, 点 C の y 座標を求めよ。

(2) 2 点 C, D が, $OC = CD$ を保ちながら動くとき, 点 C の x 座標が大きくなるにつれて, $\triangle OCD$ の面積の値はどのようになるか。

次のア～オのうち, 正しいものを 1 つ選び, その記号を書け。

- | | | | |
|---|--------|---|----------------|
| ア | 大きくなる。 | イ | 大きくなってから小さくなる。 |
| ウ | 小さくなる。 | エ | 小さくなってから大きくなる。 |
| オ | 一定である。 | | |



(3) $\triangle OAB$ の面積と $\triangle OBD$ の面積が等しくなるように点 D をとるとき, 点 D の x 座標を求めよ。

(4) 四角形 ABDC が平行四辺形になるように 2 点 C, D をとるとき, 2 点 B, D を通る直線の式を求めよ。

[解答欄]

(1)	6
(2)	才
(3)	$\frac{27}{5}$
(4)	$y = \frac{2}{3}x - 3$

[解説]

(1) 点 C は、曲線 $y = \frac{6}{x}$ 上にあるから、 $x=1$ を代入することで、 $y = \frac{6}{1} = 6$

(2) $OC=CD$ なので、 $\triangle OCD$ は二等辺三角形である (図 1)。

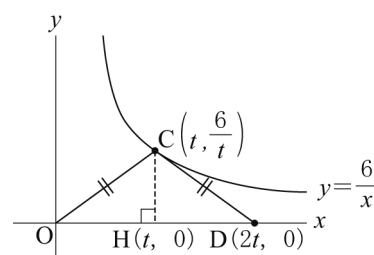
図 1

ここで、点 C の座標を $(t, \frac{6}{t})$ とおき、点 C から x 軸に垂線 CH をひくと、点 H の座標は $(t, 0)$ となる。

二等辺三角形の性質から $OH=HD$ なので、点 D の座標は $(2t, 0)$ とわかる。ここで、

$$\triangle OCD = \frac{1}{2} \times OD \times CH = \frac{1}{2} \times 2t \times \frac{6}{t} = 6 \text{ となることから,}$$

$\triangle OCD$ の面積は、点 C の x 座標である t の値が大きくなっても、常に一定であることがわかる。



(3) 図 2 のように、点 A を通り直線 BO に平行な直線と、x 軸との交点を A' とすると、 $\triangle OAB = \triangle OA'B$ となる。よって、 $\triangle OA'B = \triangle OBD$ だから、 $OA' = OD$ である。

図 2

直線 AA' の傾きは、直線 BO の傾き $\frac{0 - (-5)}{0 - (-3)} = \frac{5}{3}$ と等しいた

め、直線 AA' の式は、 $y = \frac{5}{3}x + a$ とおける。

直線 AA' が点 A(-6, -1) を通ることから、

$$-1 = \frac{5}{3} \times (-6) + a \Rightarrow a = 9 \text{ よって,}$$

直線 AA' の式は、 $y = \frac{5}{3}x + 9$

したがって、点 A' が x 軸上にあることから、その x 座標は、

$$0 = \frac{5}{3}x + 9 \Rightarrow x = -\frac{27}{5}$$

よって、 $OA' = OD$ より、点 D の x 座標は、 $\frac{27}{5}$

